

一、截距

(一) 實驗數據計算

我們換組不同的供給電壓，改變鐵球的終端速度，並在整理後繪出拋物線方程式： $v^2 = 0.0242 \cdot V - 0.7357$

又由實驗原理中所得到的算式： $v^2 = \frac{(cos\theta + sin\theta cot\theta_2) \cdot R \cdot Q}{\mu_s \cdot m} \cdot V - R_g \cdot cot\theta_2$

因此可以由分析截距推得 $R_g \cdot cot\theta_2 = 0.7357$ ，其中經過測量得 $R = 0.12(m)$ ，另取 $g = 9.8(m/s^2) \Rightarrow cot\theta_2 = \frac{0.7357}{0.12 \times 9.8} \approx 0.6255$

利用反三角函數， $\Rightarrow \theta_2 = \cot^{-1}(0.6255) \approx 57.9^\circ$

(二) 實際測量結果

如圖十三，其中 $\overline{AB} = 0.5$ ， $\overline{BC} = 0.9$ ， $\overline{OA} = \overline{OC} = 0.635$ 。

由畢氏定理及 \overline{AB} 、 \overline{BC} ，可知 $\overline{AC} = \sqrt{0.5^2 + 0.9^2} = \sqrt{1.06}$

又 $\overline{OC} = \overline{AC} \cdot \frac{\sqrt{1.06}}{2}$ 。

$\Rightarrow \cos \angle OCB = \cos \angle OCD + \angle BCA$

$= \cos \angle OCD \cos \angle BCA - \sin \angle OCD \sin \angle BCA$

$= \frac{\sqrt{1.06}}{2} \cdot 0.9 \cdot \frac{\sqrt{0.635^2 - (\frac{\sqrt{1.06}}{2})^2}}{0.635} - \frac{\sqrt{1.06}}{2} \cdot 0.5 \cdot \frac{0.5}{\sqrt{1.06}}$

≈ 0.4243

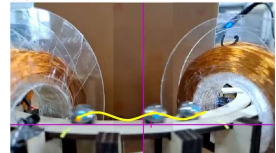
$\Rightarrow \angle OCB = \theta_2 = \cos^{-1}(0.4243) = 64.89^\circ$

(三) 討論

我們推測誤差可能來自鐵球在運行時，磁力沒有作用在鐵球中心，加上摩擦力的作用在鐵球的切線位置可能會產生鐵球在軌道上自轉的效應，故最終速度的動能較理想值略小，導致轉率略小於無自轉的情形，而截距 $R \cdot g \cdot cot\theta_2$ 則略為偏大，從而使得 θ_2 比在靜止測量時的角度略為偏大。

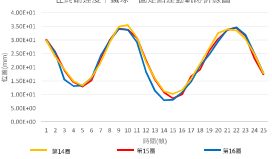
二、移動與轉動平衡

(一) 同軸轉動



圖十三、第二代環形軌道模型圖

圖十四、在終端速度下鐵球一固定點運動軌跡折疊圖



我們將鐵球上的某一點用貼紙標記，並利用手機繪製其在軌道上繞行時的畫面，輸出至軟體Tracker進行分析，分析結果如表所示，其中標軸為傾角，旋轉為鐵球上一固定點在該自向的位置，觀察圖表可以發現鐵球在旋轉時，具有固定的旋轉軸，且達到終端速度時的轉速為固定，即鐵球除了達成移動平衡外，也保持轉動平衡。

(二) 純滾動

由前述鐵球達成移動平衡與轉動平衡之現象，可以列出兩方程式：

$$\begin{cases} F = f_1 + f_2 & \text{(移動平衡)} \\ f_1 \cdot \overline{AE} + f_2 \cdot \overline{CF} - (f_1 + f_2) \cdot \overline{OG} = 0 & \text{(轉動平衡)} \end{cases}$$

移項後可得 $f_1 \cdot \overline{AE} - f_1 \cdot \overline{OG} = f_2 \cdot \overline{CF} - f_2 \cdot \overline{OG} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\overline{OG} - \overline{CF}}{\overline{AE} - \overline{OG}}$(4)

根據與前述轉動軸固定之現象可知，內外軌道的摩擦方向同向，由此可推論，磁力作用位置在鐵球質心下方，且其長度滿足 $\overline{AE} > \overline{OG} > \overline{CF}$ 。而在鐵球速度加快的情況下，逐漸脫離內軌道，外軌道給予鐵球的正向力也會上升，使得外軌道給予鐵球的摩擦力上升，而內軌道摩擦力下降，由此由算式可得， \overline{OG} 會增加，表示磁力作用位置距離質心越來越高，此時鐵球所受到的摩擦力主要由外軌道所提供，並且以固定的速度及轉速運行。

柒、結論

- 一、利用線圈、光電開關與電晶體放大電路可自製多段迴旋加速器
- 二、隨著鐵球速率增加，軌道上的正向力與摩擦力也會隨之增加，故可達終端速度。
- 三、線圈供給電壓在40V-60V的範圍內，可發現電壓與終端速度平方呈現高度線性相關
- 四、利用電壓、軌道尺寸、與鐵球的體積、質量等參數可設計並控制鐵球最佳的終端速率。
- 五、實驗中討論圓周運動、正向力、摩擦力、電晶體應和簡單的光電開關與電晶體放大電路，透過手機app的簡易圖表數據呈現，可做為主題研究的演示教具。
- 六、改良軌道與磁場加速，可將鐵球多段加速至終端速度後，以軌道切線方向射出，可應用在國防武器、災害地補給等實用工具。

捌、參考文獻

一、Hyperspace Pirats (Electromagnetic Ring Accelerator)[影片]，YouTube，https://www.youtube.com/watch?v=gfmv-mRk_U0
 二、Hyperspace Pirats (Electromagnetic Accelerator Improvements Part 2)[影片]，YouTube，<https://www.youtube.com/watch?v=ut4i3BzE2tQ8s>
 三、Chung-Yun Kuo - Fusion360簡單教學影片[影片]，YouTube，<https://www.youtube.com/watch?v=4c4c4c9y9j8ks>
 四、科技大觀園-電磁炮(二) [影片]，YouTube，<https://www.youtube.com/watch?v=4XkR88u5U>
 五、運動學-量桿時、保溫湯、電腦抽1舞的韻律的「新」用法：影片/白永昇講者中學，<https://www.youtube.com/watch?v=1/57zsd/051812.pdf?hlid=kwA822V1VofF5-Q1BNICQmm8z7V1mm/D5h8ZmCFz5C1E1A1b2B4>

三、實驗原理

由圖七，可得：

$$N_1 \sin\theta_1 + N_2 \sin\theta_2 = mg \dots\dots\dots(1)$$

$$N_1 \cos\theta_1 = N_2 \cos\theta_2 + \frac{mv^2}{R} \dots\dots\dots(2)$$

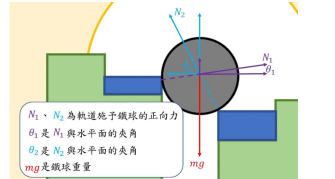
將(1)、(2)整理後可得 $N_1 = \frac{\mu_s \cdot m \cdot cot\theta_2}{(cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2)} \cdot R \cdot v^2 + \frac{mg \cdot cot\theta_2}{cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2}$

$$= f + \mu_s \cdot N_1 = \frac{\mu_s \cdot m \cdot cot\theta_2}{(cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2)} \cdot R \cdot v^2 + \frac{\mu_s \cdot mg \cdot cot\theta_2}{cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2}$$

又 $F_g - f = ma$ ，其中 F_g 為線圈對鐵球的吸引力

在達到終端速度時， $F_g - f = ma = 0 \Rightarrow F_g = f$

$\Rightarrow F_g = Q \cdot V$ ，其中 Q 為磁力係數 $\therefore Q \cdot V = \frac{\mu_s \cdot m}{(cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2)} \cdot R \cdot v^2 + \frac{\mu_s \cdot mg \cdot cot\theta_2}{cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2}$ 整理後可得 $v^2 = \frac{(cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2) \cdot R \cdot Q}{\mu_s \cdot m} \cdot V - R_g \cdot cot\theta_2$



圖七、環形軌道鐵球之受力分析圖

四、實驗方法

(一) 實驗設計

藉由改變供給電壓，影響線圈加速裝置中，線圈對鐵球的吸引力大小，並測量，計算對鐵球終端速度的改變，將數據繪製成折線圖進行分析。

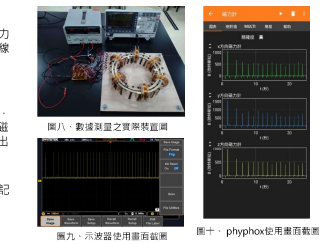
(二) 數據測量

1. phyphox

我們利用手機軟體phyphox上的磁力計功能進行實驗數據測量，記錄每刻的磁力強度。而當鐵球通過自製光電開關時，將產生磁場，因此，可以透過磁力計上所記錄每刻的磁力強度，將其輸出至電腦軟體Microsoft Excel，找出鐵球經過漆包線圈的時刻。

2. 示波器

我們藉由示波器測量紅外線接收二種體前后的電壓變化，以便記錄下鐵球經過自製光電開關的時刻，將其輸出至電腦軟體Microsoft Excel，從而計算出鐵球的終端速度，並與前述軟體phyphox所得之實驗數據相互比對。



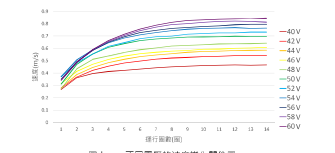
圖八、數據測量之實際裝置圖

圖九、示波器使用畫面截圖

圖十、phyphox使用畫面截圖

伍、研究結果與討論

一、探討不同供給電壓大小下，線圈加速器對鐵球加速情形



圖十一、不同電壓的速率變化關係圖

觀察不同供給電壓下鐵球速度變化，可以看到一開始的斜率較大，隨著速度增加，斜率逐漸變小，最終磁力會與摩擦力抵消，使鐵球達到終端速度。此外，也可以發現在供給電壓較大的情況下，其所能達到的終端速度也較大。

三、探討鐵球球心與內外兩環形軌道切點連線之夾角對終端速度的影響

1. v 對 θ_1 微分

$$\frac{dv}{d\theta_1} = \frac{dv}{d\theta_1} \cdot \frac{d\theta_1}{dv} = \frac{1}{2v} \left(\frac{R \cdot Q \cdot V}{\mu_s \cdot m} \cdot \frac{d(cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2)}{d\theta_1} \right)$$

$$= \frac{R \cdot Q \cdot V}{2v \cdot \mu_s \cdot m} \left(\frac{d(cos\theta_1)}{d\theta_1} + cot\theta_2 \cdot \frac{d(sin\theta_1)}{d\theta_1} \right)$$

$$= \frac{R \cdot Q \cdot V}{2v \cdot \mu_s \cdot m} (cos\theta_1 cot\theta_2 - sin\theta_1) = 0$$

我們將 v 對 θ_1 微分，可以發現極值存在於 $\tan\theta_1 = cot\theta_2$ 時，即在 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 時，鐵球會有最快的轉速。

2. v 對 θ_2 微分

$$\frac{dv}{d\theta_2} = \frac{dv}{d\theta_2} \cdot \frac{d\theta_2}{dv} = \frac{1}{2v} \left(\frac{sin\theta_1 \cdot R \cdot Q \cdot V}{\mu_s \cdot m} \cdot \frac{d(cot\theta_2)}{d\theta_2} - R \cdot g \cdot \frac{d(cot\theta_2)}{d\theta_2} \right)$$

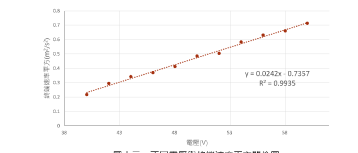
$$= \frac{-1}{2v} \left(\frac{sin\theta_1 \cdot R \cdot Q \cdot V}{\mu_s \cdot m} - R \cdot g \right) \cdot csc^2\theta_2 = 0$$

$\therefore -1 \neq 0$ ， $csc^2\theta_2 \neq 0$ ， $\therefore \frac{sin\theta_1 \cdot R \cdot Q \cdot V}{\mu_s \cdot m} - R \cdot g = 0$

移項後可得 $\frac{sin\theta_1 \cdot R \cdot Q \cdot V}{\mu_s \cdot m} = R \cdot g \Rightarrow sin\theta_1 = \frac{mg \cdot \mu_s}{Q \cdot V}$

又在鐵球達到終端速度時， $F_g = f \Rightarrow Q \cdot V = \mu_s \cdot N_1$

二、探討不同供給電壓大小下，線圈加速器對鐵球的終端速度影響



圖十二、不同電壓與終端速度平方關係圖

由前述之原理可知 $v^2 = \frac{(cos\theta_1 + sin\theta_1 cot\theta_2) \cdot R \cdot Q}{\mu_s \cdot m} \cdot V - R_g \cdot cot\theta_2$

而從上圖中，可見終端速度平方和供給電壓確為線性關係，與前述推論實驗原理之結果高度吻合。

摘要

我們利用六組線圈的電流磁效應，吸引鐵球在環形軌道上進行圓周運動，成功製作出可多段加速的迴旋加速器。藉由電晶體的開關及放大電路的功能，以自製光電計將器側測鐵球造成光訊號的變化作為線圈的磁場開關，將鐵球加速過程的磁場訊號變化持續地以手機的磁力計加以記錄，可作為測量鐵球進行圓周運動時間的工具，觀察鐵球加速運動的變化過程，並進一步地計算出不同線圈的供給電壓與正向力傾角對鐵球終端速度的影響。

壹、研究動機

在歷屆電磁砲的科展作品中，多數討論電容的充放電效應做為砲彈的加速裝置，以多段線圈直線排列可達成高速發射的目的，但同時也會增加了整體裝置的體積，同時電容的充放電時間搭配也會影響加速效率，因此我們設計讓砲彈在環狀軌道中旋轉以減少空間成本，並且透過多段循環的迴旋加速，嘗試挑戰電磁砲旋的終端速度。

貳、研究目的

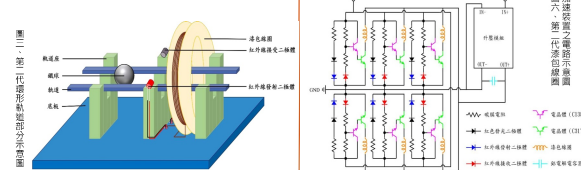
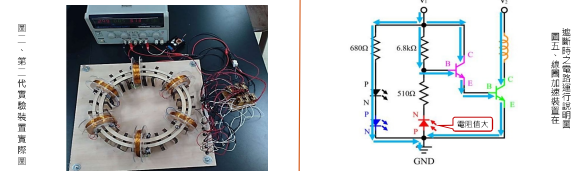
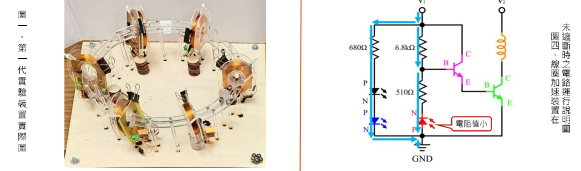
- 一、探討不同供給電壓大小下，線圈加速器對鐵球加速情形
- 二、探討不同供給電壓大小下，線圈加速器對鐵球的終端速度影響
- 三、探討鐵球球心與內外兩環形軌道切點連線之夾角對終端速度的影響
- 四、利用以上實驗，找出對於鐵球最佳化的加速方式

參、研究設備與器材

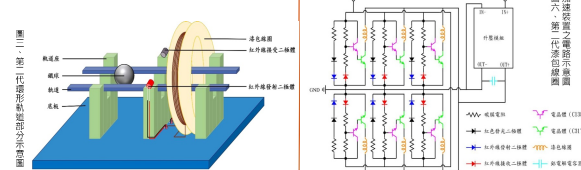
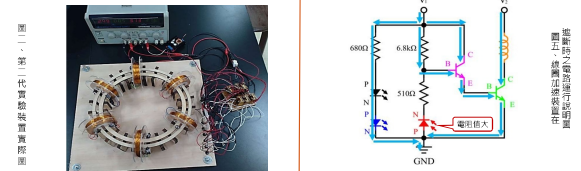
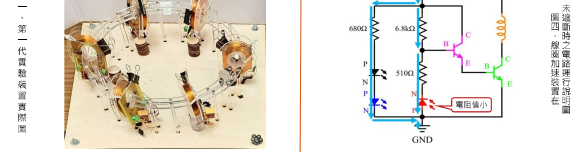


肆、研究過程與方法

一、實驗裝置



二、線圈加速裝置電路設計及原理



圖一、第一代實驗裝置實際圖

圖二、第一代實驗裝置實際圖

圖三、第一代實驗裝置實際圖

圖四、線圈加速裝置電路設計圖

圖五、線圈加速裝置電路設計圖

圖六、線圈加速裝置電路設計圖

圖七、線圈加速裝置電路設計圖

圖八、線圈加速裝置電路設計圖

圖九、線圈加速裝置電路設計圖

圖十、線圈加速裝置電路設計圖

圖十一、線圈加速裝置電路設計圖

圖十二、線圈加速裝置電路設計圖

圖十三、線圈加速裝置電路設計圖

圖十四、線圈加速裝置電路設計圖

圖十五、線圈加速裝置電路設計圖

圖十六、線圈加速裝置電路設計圖

圖十七、線圈加速裝置電路設計圖

圖十八、線圈加速裝置電路設計圖

圖十九、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十一、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十二、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十三、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十四、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十五、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十六、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十七、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十八、線圈加速裝置電路設計圖

圖二十九、線圈加速裝置電路設計圖

圖三十、線圈加速裝置電路設計圖