

國立臺灣師範大學附屬高級中學 113 年第一次代理教師甄選數學科筆試〔題目卷〕P.1

※滿分 100 分，須將答案寫在作答卷上。

一、填充題：每題 6 分，共 48 分。(若答案為分數或根式，須以最簡形式回答，否則不予計分)

1. 設 $x \in \mathbb{R}$ ，當 $y = \sqrt{3} \cos(x - \frac{\pi}{3}) + \sin x$ 達最大值時，此時 $x = \theta$ ，則 $\cot \theta =$ _____。

2. 下表為甲公司其中四家分店 A、B、C、D 近兩季的營業額 (單位：百萬元)，其中 a, b 均為正整數。

分店	A	B	C	D
第一季營業額 (x)	1	2	a	b
第二季營業額 (y)	3	4	5	4

已知第一季營業額(x)的算術平均數為 3 百萬元， x, y 的相關係數為 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ，且 y 對 x 的最適直線為 L ，若甲公司第五家分店 E 的第一季營業額為 6 百萬元，則可用 L 預測分店 E 的第二季營業額為_____百萬元。

3. 不等式 $\log_{\frac{1}{12}}(x^2 + 3x + 2) > x^2 + 3x - 11$ 的解為_____。

4. 坐標平面上，由點 $A(6, 7)$ 作圓 $x^2 + y^2 = 10$ 的兩切線交圓於 P, Q 兩點。設 B 為射線 \overline{AQ} 上一點，則 $\frac{\overline{BA}}{\overline{BP}}$ 的最大值為_____。

5. 已知 a, b, c, d, e, f 是相異正整數，且 $a, b, c, d, e, f \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ，若多項式 $ax^6 - bx^5 + cx^4 - dx^3 + ex^2 - fx$ 被 $x^2 - x + 1$ 整除，則滿足上述條件的序組 (a, b, c, d, e, f) 共有_____組。

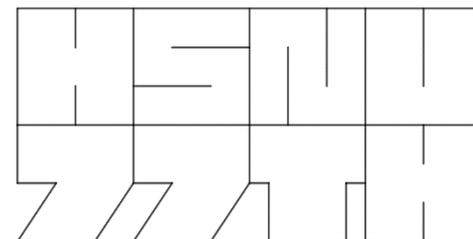
6. 平面上，由 10 個「V 形折線」(由一個頂點出發的兩條射線所構成) 最多可將一平面分割成_____個不同區域。例如：1 個「V 形折線」將一平面分割成 2 個不同區域。

7. 小安在學校校慶時，畫了一個「HSNU77TH」的徽章設計稿，如右圖。圖中有8

個封閉區域，今小安欲將「紅、黃、綠、紫」四種顏色任意塗上這8個封閉區域，設每一種徽章設計塗法機率均等，且塗色限制如下：

- (I) 每個區域限塗一種顏色，每種顏色可重複使用；
- (II) 每個區域必須上色，不可不塗色；
- (III) 相鄰的封閉區域必須畫上不同的顏色。

則小安恰將四個顏色全部用到的機率為_____。



8. 空間坐標系中，已知兩點 $A(-4, 3, 2)$ 與 $B(3, 4, -6)$ ，若有一動點 P 在 z 軸上， $\overline{PA} + \overline{PB}$ 最小值為 m ，則與 m 值最為接近的整數為_____。

二、計算證明題：每題 8 分，共 16 分。(各題算式需以高一學生能理解之方法，否則不予計分)

1. $\sum_{k=1}^n k^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = ?$ (用 n 表示之)。

2. 設 $a \neq 0$ ，試證明：在坐標平面上，實係數多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 之圖形為點對稱圖形。

三、概念與評量題：共 20 分。

1. 在「直線與圓」單元中，試根據適當的教學順序寫出高一學生需學會的 4 個重要概念或公式。(每個 1 分，共 4 分)

(1)

(2)

(3)

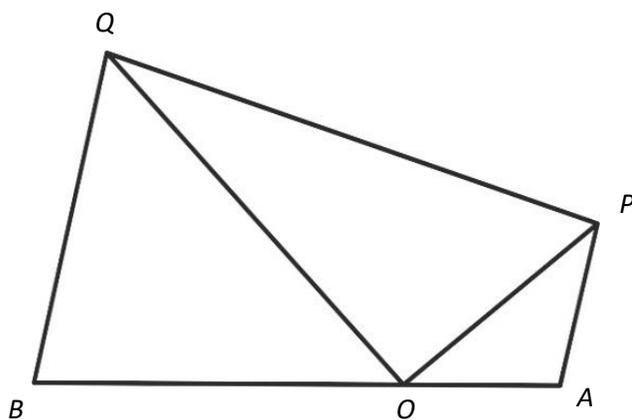
(4)

2. 請依照 1.(1)~(4) 概念或公式，設計出適合高一段考的多選題 (含 5 個選項)、混合題 (含非選擇題) 各一題，並分析每一題高一學生可能答錯情形。(每題題目設計優良者最多得 5 分，每題分析優良者最多得 3 分，共 16 分)

四、一題多解題：共 16 分。(需列出解題過程，否則不予計分，每寫出一種完整解法最多得 4 分，類似算同一種) P.3

下列是某年學測考題，試寫出不同的解法。

坐標平面上 O 為原點，給定 $A(2,0)$ 、 $B(-3,0)$ 兩點。另有兩點 P 、 Q 在上半平面，且滿足 $\overline{AP} = \overline{OA}$ 、 $\overline{BQ} = \overline{OB}$ 、 $\angle POQ$ 為直角，如圖所示。令 $\angle AOP = \theta$ 。若 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，試求 Q 點的坐標。



[試題結束]

國立臺灣師範大學附屬高級中學 113 年第一次代理教師甄選數學科筆試〔參考答案〕

一、填充題：每題 6 分，共 48 分。(若答案為分數或根式，須以最簡形式回答，否則不予計分)

1. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ 2. $\frac{26}{5}$ 3. $-5 < x < -2 \vee -1 < x < 2$ 4. $\frac{17\sqrt{30}}{60}$

5. 768 6. 191 7. $\frac{290}{343}$ 8. 13

二、計算證明題：每題 8 分，共 16 分。(各題算式需以高一學生能理解之方法，否則不予計分)

1. 算式略， $\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

2. 證明略

三、概念與評量題：(共 20 分)

1. 略

2. 略

四、一題多解題：共 16 分。(需列出解題過程，否則不予計分，每寫出一種完整解法最多得 4 分，類似算同一種).

解法略， $Q(-\frac{54}{25}, \frac{72}{25})$