

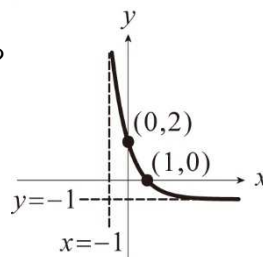
一、多選題

1. () 下列哪些選項沒有意義？

- (A) $\log_1 2$
- (B) $\log_3 \sqrt{2}$
- (C) $\log_5(-3)$
- (D) $\log_{(-5)} 3$
- (E) $\log_{\sqrt{2}-1} \sqrt{3}$

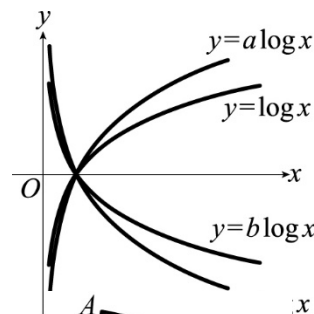
2. () 右圖為函數 $y = a^{x+b} + c$ 的部分圖形，且 $y = -1$ 為漸近線，則下列選項何者正確？

- (A) $0 < a < 1$
- (B) $b < 0$
- (C) $c < 0$
- (D) 圖形恆在 $x = -1$ 的右方
- (E) 圖形恆在 $y = -1$ 的上方



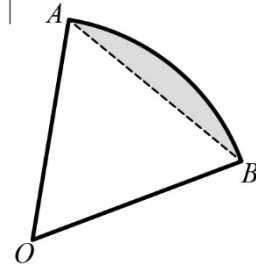
3. () 右圖為函數 $y = a \log x$ 、 $y = b \log x$ 、 $y = c \log x$ 與 $y = \log x$ 的圖形，且 $y = b \log x$ 與 $y = \log x$ 的圖形對稱於 x 軸。選出所有正確的選項

- (A) $a > 1$
- (B) $a < 1$
- (C) $b = -1$
- (D) $c < -1$



4. () 如右圖，已知扇形 AOB 的周長為 $6 + \pi$ 公分，且圓心角為 $\frac{\pi}{3}$ 徑，則下列哪些敘述錯誤？

- (A) 扇形 AOB 的半徑為 3 公分
- (B) 扇形的弧長 $\widehat{AB}$ 為 π 公分
- (C) 扇形 AOB 的面積為 2π 平方公分
- (D) $\overline{AB} = 3$ 公分
- (E) 弓形（圖中的鋪色區域）的面積為 $\frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{4}$ 平方公分



5. () 設 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 為兩非零向量，若 $|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = |2\vec{u} + 3\vec{v}| = 2$ ，且 θ 為 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 的夾角，則下列何者正確？

- (A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{7}{2}$
- (B) $\cos \theta = -\frac{7}{8}$
- (C) $|\vec{u} + 2\vec{v}| = 1$
- (D) 以 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 為兩邊的三角形面積為 $\frac{\sqrt{15}}{4}$
- (E) $\vec{u}$ 在 $\vec{v}$ 上的正射影長度為 $\frac{7}{4}$

6. () 令 $a = \cos(100\pi)^\circ$ ，試問下列哪些選項是對的？

- (A) $a = 1$
- (B) $-1 < a \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$
- (C) $-\frac{1}{\sqrt{2}} < a \leq 0$
- (D) $0 < a \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$
- (E) $\frac{1}{2} < a \leq 1$

7. () 關於函數 $f(x) = 2(1 + \sin(3x + \frac{\pi}{6}))$ ，試問下列哪些選項正確？

- (A) $0 \leq f(x) \leq 4$
- (B) $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 時有最大值
- (C) $f(x)$ 的週期為 $\frac{3\pi}{2}$
- (D) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{\pi}{2}$
- (E) $f(1) < 2$

二、填充題

1. 直線 $L_1: x+3y=2$ 與 $L_2: 2x+y=4$ 的鈍夾角為_____。

2. 設 x 為實數， $\vec{a}=(6,x)$ 、 $\vec{b}=(2,1)$ ，若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上之正射影為 $(-4,-2)$ ，則 $x=_____$ 。

3. 已知 $A(3,2)$ 、 $B(6,-1)$ ， P 為 $\overline{AB}$ 上一點且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$ ，則 P 點坐標為_____。

4. 化簡下列各式：

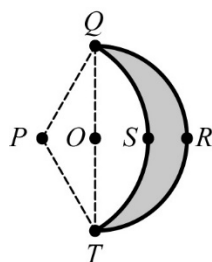
(1) $\log_{10} \frac{4}{5} + \log_{10} \frac{9}{8} - \log_{10} \frac{3}{10} = _____$ 。

(2) $\frac{2}{3} \log_{10} \sqrt{8} + \log_{100} 25 = _____$ 。

(3) $\log_2 9 \times \log_3 4 = _____$ 。

(4) $3^{\frac{5 \log 2}{\log 3}} = _____$ 。

5. 設計師為天文館設計以不銹鋼片製成的月亮形狀，其中有一款設計圖如圖所示：圖中，圓弧 QRT 是一個以 O 點為圓心、 $\overline{QT}$ 為直徑的半圓， $\overline{QT}=2\sqrt{3}$ 。圓弧 QST 的圓心在 P 點， $\overline{PQ}=\overline{PT}=2$ 。圓弧 QRT 與圓弧 QST 所圍出的灰色區域 $QRTSQ$ 即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為 $a\pi + \sqrt{b}$ ，其中 π 為圓周率， a 為有理數， b 為整數，則 $a=\textcircled{1}$ _____（化為最簡分數）， $b=\textcircled{2}$ _____。



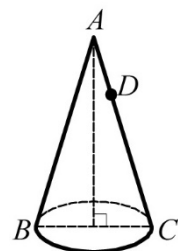
6. 已知坐標平面上三點 $(3, \log 3)$ 、 $(6, \log 6)$ 與 $(12, y)$ 在同一直線上，則 $y = \log _____$ 。

7. $y = \log(-x^2 + 20x - \frac{999}{10})$ 的最大值為_____。

8. 如右圖為一直圓錐， $\overline{AB}=12$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AD}=4$ ， C 處有一螞蟻沿錐面爬行，求：

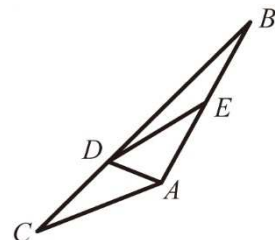
(1) 繞一圈回到 C 處，最短路線長為_____。

(2) 繞一圈回到 D 處，最短路線長為_____。



9. 若 $\begin{cases} 2^{x+3} + 9^{y+1} = 35 \\ 8^{\frac{x}{3}} + 3^{2y+1} = 5 \end{cases}$ ，則數對 $(x, y) = _____$ 。

10. 設 $\triangle ABC$ 中， E 為 $\overline{AB}$ 的中點， D 在 $\overline{BC}$ 上且 $\overline{BD}=2\overline{CD}$ ，如圖所示。若 $\vec{AD}=(-2,1)$ 、 $\vec{AE}=(2,3)$ ，則 $\vec{AC}=_____$ 。



11. 若 $\vec{a}=(1,-3)$ 與 $\vec{b}=(k,2)$ 的夾角為 135° ，則實數 k 的值為_____。

12. 已知 $(2^x - 2)(2^x - 8) > 0$ ，求 x 之範圍為_____。

13. 已知 $y = 4\cos^2 x + 4\sin x + 3$ ，且 $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ ，則 y 值的範圍為_____。

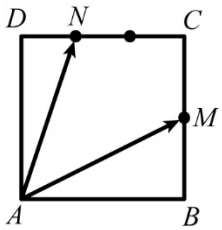
14. 方程式 $2^{2x+2} = 2^{x+6} + 68$ 的解 $x = _____$ 。

15. 7 點 10 分時，長針與短針所夾角度為_____度。

16. 設向量 $\vec{u}$ 和 $\vec{u} - \vec{v}$ 互相垂直，且 $\vec{u} + \vec{v} = (6, -5)$ ，若 $\vec{u}$ 的長度為 2，則 $\vec{v}$ 的長度為_____。
17. 假設小華某段時間的血壓變化可用函數 $f(t) = 36\sin(120\pi t) + 85$ 來模擬，其中 $f(t)$ 為血壓（單位：毫米汞柱）， t 為時間（單位：分鐘）。若 $f(t)$ 的最大值稱為收縮壓，而連續兩個收縮壓的時間間隔為 1 次心跳的時間，則小華的心跳速率為每分鐘_____次。
18. 聲音強度（ w ）是用每平方公尺多少瓦特（ W/m^2 ）來衡量，而分貝是音量（ s ）的單位，且與聲音強度的關係如下：
 $s = 10 \times \log \frac{w}{10^{-12}}$ 。已知平常人說話的音量為 60 分貝，狗吠叫的音量為 80 分貝，則狗吠叫之聲音強度為平常人說話之聲音強度的_____倍。
19. 二圖形 $\Gamma_1: y = 2^x$ ， $\Gamma_2: y = 3^x$ 與直線 $y = 6$ 交於 $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$ 兩點，則 $\frac{b}{a} + \frac{d}{c} =$ _____。
20. 已知 O 、 A 、 B 三點不共線，點 P 在直線 AB 上，若 $\overline{AP} : \overline{BP} = 4 : 2$ ，若 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____。
21. 設 $\log_{10} 2 = a$ ， $\log_{10} 3 = b$ ，試以 a 、 b 表示： (1) $\log_4 3 =$ _____。 (2) $\log_6 5 =$ _____。
22. 試求 $(\log_3 4 + \log_{27} 16)(\log_4 9 - \log_{16} 3)$ 的值為_____。
23. J 島國 311 核災造成輻射感染時，其感染速度的數學模式為 $N \approx 200(1 + 100^{0.03x})$ ，其中自然數 N 表示受感染人數，自然數 x 表示災後天數。已知近似值 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ，請估算災後至少_____天會有一萬人以上受到輻射感染。
24. 若 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $|\vec{c}| = 4$ 且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，則 $\vec{b}$ 在 $\vec{c}$ 方向上的投影長度為_____。
25. 方程式 $\sin x + |\sin x| = \frac{x}{5}$ 的實數解個數有_____個。
26. 某食品實驗室混合甲、乙兩種菌類製成一種新食品。調查後發現乙菌個數是甲菌個數的千倍以上時，新食品才受歡迎。又知道甲菌一日後增加一倍，乙菌增加三倍（成為原來的四倍）。現在取同數量的甲、乙兩種菌，讓它們同時繁殖，試問至少第_____天後混合甲、乙兩種菌類才能製成受歡迎的食品。

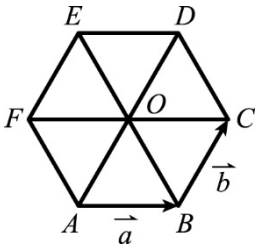
27. 已知向量 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 60° ，且 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 。若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 與 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 互相垂直，求實數 t 的值 = _____。

28. 如右圖，已知正方形 $ABCD$ 的邊長為 6， M 為 $\overline{BC}$ 的中點， N 為 $\overline{CD}$ 的三等分點。
 (1) 求 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} =$ _____。 (2) 求 $\angle NAM =$ _____。



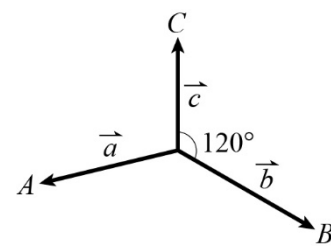
29. 解不等式 $2^{x+1} + 2^{2-x} - 6 < 0$ ，得 x 範圍為_____。

30. 設 $ABCDEF$ 是正六邊形，且令 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ 。試用 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 表示下列各向量：
 (1) $\overrightarrow{AE} =$ _____。 (2) $\overrightarrow{EC} =$ _____。 (3) $3\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{EC} =$ _____。



三、混合題

1. 韓國某綜藝節目有一集的遊戲為「三角拔河」，設 A 、 B 、 C 三人仿照遊戲進行拔河，如圖所示，已知三人呈現平衡狀態，並令 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 分別為 A 、 B 、 C 的拉力，試回答下列問題：



- (1) 下列何者與 $\vec{a}$ 相等？（單選題）

(A) $\frac{1}{2}\vec{b}$ (B) $\vec{b} + \vec{c}$ (C) $\vec{b} - \vec{c}$ (D) $-\vec{b} - \vec{c}$ (E) $-\vec{b} + \vec{c}$

- (2) 已知 B 、 C 的拉力分別為 20、15 公斤重，且兩人拉力的夾角為 120° ，求 A 的拉力。（非選擇題）

2. 救護車出勤時為了提醒車輛讓道，有三種鳴笛聲示警，右圖中正弦函數的波形示意三種警示聲：

警示聲一：音頻較低，用於一般救護案件，週期為 2 秒，音量為 80~120 分貝。

警示聲二：音頻較高，用於隨同消防車出勤、較緊急的狀況，週期為 1 秒，音量提高為 100~150 分貝。

警示聲三：音頻最高，用於救護行進中示意前方車輛讓道的警示，週期為 0.5 秒，音量為 80~120 分貝。

已知圖形中 y 軸代表聲音強度（單位：百分貝）， x 軸代表時間（單位：秒），

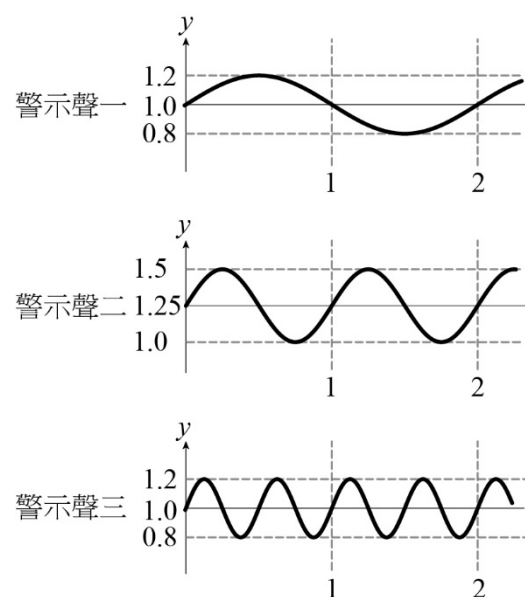
且警示聲一的波形函數為 $y = \frac{1}{5}\sin(\pi x) + 1$ ，試回答下列問題：

- (1) 下列選項何者為警示聲三的波形函數？（單選題）

(A) $y = \frac{4}{5}\sin(\pi x) + 1$ (B) $y = \frac{1}{20}\sin(\pi x) + 1$ (C) $y = \frac{1}{5}\sin(4\pi x) + 1$

(D) $y = \frac{1}{5}\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + 1$ (E) $y = \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + 1$

- (2) 已知警示聲二的波形函數為 $y = a\sin(b\pi x) + 1.25$ ，且 $a > 0$ 、 $b > 0$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。（非選擇題）



3. 附圖為 $y = f(x) = \log x$ 與 $y = g(x)$ 的部分圖形，請回答下列問題。

- (1) 下列各選項中，請選出最有可能為 $g(x)$ 。（單選題）

(A) $\log(x+2)$ (B) $\log(2x)$ (C) $2\log x$ (D) $-\log x$ (E) $(\log 2) \cdot (\log x)$

- (2) 根據(1)的答案，試解不等式 $f(7x+3) - g(x) \leq f(3) + g(\sqrt{2})$ 。（非選擇題）

