

5 不等式



► 回憶一下

1. 若 $a > b$ ，則

$$(1) c > 0, \begin{cases} a+c > b+c \\ a-c > b-c \\ ac > bc \\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \end{cases} \circ$$

$$(2) c < 0, \begin{cases} a+c > b+c \\ a-c > b-c \\ \underline{ac < bc} \\ \underline{\frac{a}{c} < \frac{b}{c}} \end{cases} \circ$$

2. (1) 若 $0 < a < b$ ，則 $a^2 < b^2$ 。

(2) 若 $a < b < 0$ ，則 $a^2 > b^2$ 。

(3) 若 $a < b$ ，則 a^2, b^2 無法比較。

✦ 基礎練習題

1. 若 $-1 \leq x \leq 2$ ， $p = \frac{1}{2}(3x-1)$ ，則 p 的範圍為 _____。

答

2. 若 $-2 < a < 3$, $-1 < b < 4$, 則下列範圍為何？

(1) $2a - 3b$ 。

(2) $a^2 + b^2$ 。

(3) ab 。

(提示：利用加法喔！)

答

3. 解下列一元一次不等式：

(1) $4x + 1 \leq 4 + x$ 。

(2) $5(2x + 3) - 2x < 7(x + 5)$ 。

答

4. 解不等式 $\frac{4x-1}{3} < \frac{3x+2}{2} - \frac{1}{3}$ 。

答

5. 已知 a 為實數，且 $a < 0$ ，則 $3ax < 5a$ 之解為 _____

答

6. 老師有橘子若干顆，要分給若干個學生。若每人分 3 顆，則剩下 8 顆；若每人分 5 顆，則最後一位同學，有拿到橘子，但未達 5 顆，試問老師有橘子多少顆？學生人數共有多少人？

答

銜接高中內容

解二次不等式，讓我們舉例說明：

$$x^2 - 2x - 3 < 0,$$

① 觀察 $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ 的圖形。

利用配方法可得 $y = x^2 - 2x - 3 = (x^2 - 2x + 1) - 3 - 1 = (x - 1)^2 - 4$ 。

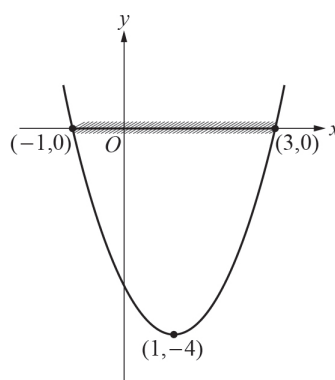
② 求出 $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ 與 x 軸之交點。

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0.$$

統整上述①②，即可畫出右邊圖形，

觀察後可發現：

- (1) 若 $-1 < a < 3$ ，則 $f(a) < 0$ 。（ x 軸下方）
- (2) 若 $a > 3$ 或 $a < -1$ ，則 $f(a) > 0$ 。（ x 軸上方）
- (3) 若 $a = 3$ 或 $a = -1$ ，則 $f(a) = 0$ 。



進階練習題

1. 解下列二次不等式：

(1) $x^2 - x - 2 < 0$ 。

(2) $-x^2 - x + 2 < 0$ 。

答

2. 解不等式 $2x^2 + 2x - 3 < 0$ 。

答

3. 解不等式 $2x^2 - 2x - 1 > 0$ 。

答

4. 解不等式 $x^2 + 6x + 9 > 0$ 。

答

5. 解不等式 $x^2 - x + 3 > 0$ 。

答