

# 4 多項式的四則運算



## ► 回憶一下

1. 由數字和文字（如  $x$ 、 $y$ 、 $\dots$ ）進行加法與乘法運算所組成的式子，稱為多項式。

〔註〕文字符號不可出現在分母、絕對值、指數、根號中。

2. 多項式的加減運算：同類項合併。

$$\begin{aligned}\text{例如：} & (4x^2 + 5x - 2) + (-3x^2 - 3) \\ &= (4x^2 - 3x^2) + (5x) + (-2 - 3) \\ &= x^2 + 5x - 5.\end{aligned}$$

〔註〕一般而言，沒特別說明習慣以降冪排列之。

3. 多項式的乘法運算：分配律乘開，再同類項合併。

$$\begin{aligned}\text{例如：} & (3x - 2)(2x + 5) \\ &= 6x^2 + 15x - 4x - 10 \\ &= 6x^2 + (15x - 4x) - 10 \\ &= 6x^2 + 11x - 10.\end{aligned}$$

## 基礎練習題

1. 已知  $A = x^2 + 3x - 2$ ， $B = -3x^2 - 5x$ ，試化簡下列各式：

(1)  $3A + B =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $A \times B =$  \_\_\_\_\_。

〔答〕

2. 展開  $(2x+1)(x-1)-(x^2+x-2)=$ \_\_\_\_\_。

【105 會考】

答

3. 展開  $(2x-3)(3x+4)=$ \_\_\_\_\_。

【108 會考】

答

4. 已知  $A$ 、 $B$  兩多項式，若  $A+B=x^2+3x+5$ ， $A-B=3x^2-11x-11$ ，則多項式  
 $A=$ \_\_\_\_\_， $B=$ \_\_\_\_\_。

答

5.  $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5)^2$  之  $x^4$  係數=\_\_\_\_\_， $x^9$  係數=\_\_\_\_\_，常數項=\_\_\_\_\_。

答

## 銜接高中內容

1. 一個  $x$  的多項式常寫成  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ ，其中  $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_1, a_0$  均為常數。
2. 除法原理：已知  $f(x), g(x)$  為兩個多項式，且  $g(x) \neq 0$ 。  
若  $f(x) \div g(x)$  得商式為  $q(x)$ ，餘式為  $r(x)$ ，則可得  $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$ ，  
其中  $r(x) = 0$  或  $\deg[r(x)] < \deg[g(x)]$ 。

## 進階練習題

1. 設  $f(x) = 3x^5 + 4x^2 - 3x - 2, g(x) = x^2 - 2$ ，試求：
  - (1)  $f(x) + 3g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - (2)  $2f(x) - (x+1)g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - (3)  $f(x) \div g(x)$  之商式 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，餘式 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

2. 設  $f(x) = 4x^3 - 3x + 4, g(x) = x^2 + x - 1$ ，求  $f(x) \div g(x)$  之商式  
 $q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，餘式  $r(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

3. 設多項式  $f(x)$  除以  $x-5$  得商式為  $2x+3$ ，餘式為  $5$ ，則此多項式  $f(x)$  除以  $2x-1$  所得之商式=\_\_\_\_\_，餘式=\_\_\_\_\_。

答

4. 已知  $f(x)$  除以  $ax+b$  的商式  $q(x)$ ，餘式  $r(x)$ ，試回答下列問題：

- (1) 若  $f(x)$  除以  $(x+\frac{b}{a})$ ，則商式=\_\_\_\_\_，餘式=\_\_\_\_\_。
- (2) 若  $cf(x)$  除以  $ax+b$ ，則商式=\_\_\_\_\_，餘式=\_\_\_\_\_。
- (3) 若  $f(\frac{x}{a})$  除以  $x+b$ ，則商式=\_\_\_\_\_，餘式=\_\_\_\_\_。

答

5. 設有兩多項式  $f(x)$ 、 $g(x)$ ，且  $\deg[f(x)]=m$ ， $\deg[g(x)]=n$ ， $m>n$ ，則：

- (1)  $\deg[f(x)+g(x)]=$ \_\_\_\_\_。
- (2)  $\deg[f(x)-g(x)]=$ \_\_\_\_\_。
- (3)  $\deg[f(x) \cdot g(x)]=$ \_\_\_\_\_。

答