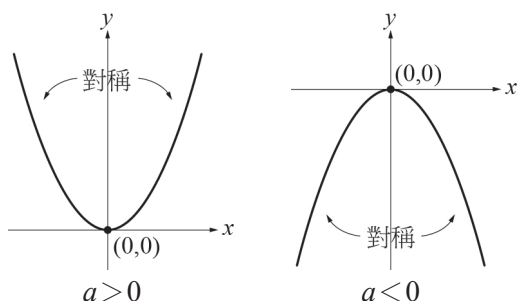


重點聚焦

一、二次函數及其圖形：

- 二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)。
- 二次函數 $y=ax^2$ 的圖形：
 - (1) 二次函數 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的圖形為拋物線，圖形的頂點坐標為 $(0,0)$ ，且 y 軸為對稱軸。
 - (2) 若 $a > 0$ ，圖形開口朝上。
 - (3) 若 $a < 0$ ，圖形開口朝下。
 - (4) 若 $|a|$ 愈大，開口愈小；若 $|a|$ 愈小，開口愈大。

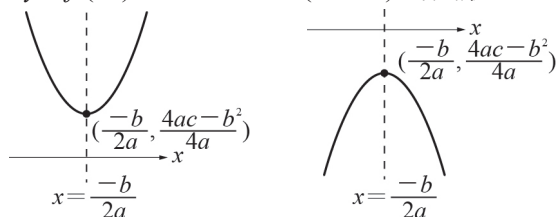


3. 二次函數 $y=ax^2$ 圖形的平移：

設 $h, k > 0$ ，

- (1) $y=ax^2+k$ 的圖形可由 $y=ax^2$ 向上平移 k 個單位得到。
- (2) $y=ax^2-k$ 的圖形可由 $y=ax^2$ 向下平移 k 個單位得到。
- (3) $y=a(x-h)^2$ 的圖形可由 $y=ax^2$ 向右平移 h 個單位得到。
- (4) $y=a(x+h)^2$ 的圖形可由 $y=ax^2$ 向左平移 h 個單位得到。

4. $y=f(x)=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的圖形：



- (1) 頂點在 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ，

對稱軸為 $x = -\frac{b}{2a}$ 。

- (2) 當 $a > 0$ 時，圖形開口向上，頂點為最低點。
- (3) 當 $a < 0$ 時，圖形開口向下，頂點為最高點。

二、一元二次方程式的解：

一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)，利用配方法可得方程式的公式解

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}。$$

三、分式方程式*：

$\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ 的方程式，它的解就是 $f(x) = 0$ 的解，但是 $g(x) \neq 0$ 。

老師說

方程式 $x^2-8x=48$ 可表示成 $(x-a)^2=48+b$ 的形式，其中 a, b 為整數。求 $a+b=?$

解

【106.會考】

1

學生做

已知 $x^2-3x+b=0$ 可配方成為 $(x-a)^2=7$ ，試配方 $x^2-3x+b=8$ 。

【國中試題】

解

延伸練習

若 $a=2b+3$ ，則 a^2-4b 的最小值是多少？**答：** _____。

【國中試題】

老師說

設方程式 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的兩根為 α, β ，試求下列各式之值。

- (1) $\alpha + \beta$ 。 (2) $\alpha\beta$ 。 (3) $\alpha^2 + \beta^2$ 。

解

2

學生做

設 α, β 為 $x^2 + x + 2 = 0$ 的兩根，試求下列各式之值。

- (1) $\alpha\beta$ 。 (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 。

解

延伸練習

設 α, β 為 $x^2 + x + 6 = 0$ 的兩根，試求下列各式的值：

- (1) $\alpha + \beta$ 。 (2) $(2\alpha^2 + 2\alpha - 6)(2\beta^2 + 2\beta - 6)$ 。

答：_____。

老師說

α, β 為方程式 $x^2 + 5x + c = 0$ 的兩根，其中 c 為常數，且 $\alpha - \beta = \frac{1}{5}$ ，求 $\alpha^2 - \beta^2 = ?$

解

(參照學生做 2)

3

學生做

設 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 之兩根為 α, β ，則

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = ?$$

解

延伸練習

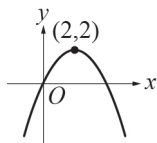
若 a, b 為方程式 $x^2 + 5x - 4 = 0$ 的兩根，則 $(ab + a + 2b + 2)(ab + 4a + 3b + 12) = ?$

答：_____。

老師說

如圖，二次函數圖形通過原點，且最高點落在 $(2, 2)$ ，求此二次函數。

解



4

學生做

已知二次函數 $y = -3x^2$ 圖形，經平移後，圖形過點 $(1, -1)$ ，對稱軸變為 $x - 2 = 0$ ，求平移後的頂點坐標。

【國中試題】

解

延伸練習

設 x 為實數， $f(x) = x^2 - 2x + 2019$ ，則 $f(x + \frac{108}{2019})$ 之最小值 = _____。

老師說

已知坐標平面上有兩個二次函數
 $y=a(x+1)(x-7)$, $y=b(x+1)(x-15)$ 的
 圖形，其中 a, b 為整數。判斷將當中的二次函
 數 $y=b(x+1)(x-15)$ 沿 x 方向(左右)如何
 平移，方可使此兩個二次函數圖形的對稱軸重
 疊？

【106.會考】

解

5

學生做

已知坐標平面上有兩個二次函數
 $y=a(x+3)(x-5)-7$, $y=b(x-3)(x-7)-5$
 的圖形，其中 a, b 為整數。將二次函數
 $y=a(x+3)(x-5)-7$ 左右如何平移，兩個圖形
 的頂點會在同一鉛直線上？

【國中試題】

解

延伸練習

設點 (a, b) 在圖形 $y=3x^2$ 上，則下列何者在圖形 $y=3(x+2)^2+4$ 上？(多選)

(A) $(3a, b)$ (B) $(3a, b-4)$ (C) $(a-2, b)$ (D) $(a-2, b+4)$ (E) $(-a-2, b+4)$

答：_____。

老師說

設 $y=2x^2+10x+k$ 之圖形交 x 軸於 P, Q 兩點，
 且 $\overline{PQ}=3$ ，則 $k=?$

【國中試題】

解

6

學生做

坐標平面上，某二次函數的頂點為 $(2, -1)$ ，此
 函數圖形與 x 軸相交於 P, Q 兩點，且 $\overline{PQ}=6$ 。若
 此函數圖形通過 $(1, a), (3, b), (-1, c),$
 $(-3, d)$ 四點，則 a, b, c, d 之值何者為正？

解

【105.會考】

延伸練習

已知坐標平面上一直線 $L: y+2=0$ ，與二次函數 $y=3x^2+a$ 的圖形相交於 A, B 兩點；與二次函數
 $y=-2x^2+b$ 的圖形相交於 C, D 兩點，其中 a, b 為整數。若 $\overline{AB}=2$, $\overline{CD}=4$ ，則 $a+b=?$

答：_____。

【107.會考】

老師說

坐標平面上，二次函數 $y = -x^2 + 6x - 9$ 圖形的頂點為 A ，且此函數圖形與 y 軸交於 B 點。若 C 點落在曲線上， D 點落在 x 軸上，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點 = ? 【104. 會考】

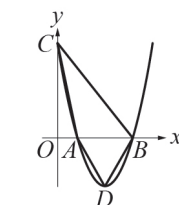
解

7

學生做

如圖，坐標平面上，二次函數 $y = x^2 + 6x + k$ 的圖形與 x 軸交於 A, B 兩點，與 y 軸交於 C 點， D 點為頂點，且 $k > 0$ 。若 $\triangle ABC : \triangle ABD = 2 : 1$ ，則 $k = ?$

解

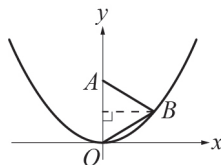


【國中試題】

延伸練習

如圖，二次函數 $y = kx^2$ 圖形通過 $(3, 4)$ 及 B 點，已知 A 點在 y 軸上，且 $\triangle OAB$ 為正三角形，求 $\triangle OAB$ 面積。 **答**：_____。

【國中試題】



老師說 *

解分式方程式 $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x+1} = 3$ 。

解

8

* 學生做

解方程式 $\frac{x^2+7x-17}{x^2-3x+2} = \frac{3}{x-1} + \frac{5}{x-2}$ 。

解

延伸練習

解方程式 $\frac{x^2+2}{x^2+4x+1} + \frac{x^2+4x+1}{x^2+2} = \frac{5}{2}$ 。 **答**：_____。

先修評量

單元 8 多項式(2)

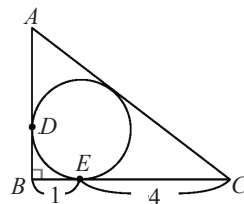


每題 10 分，共計 100 分

1. 如圖，直角三角形 ABC 的內切圓分別與 $\overline{AB}$ ， $\overline{BC}$ 相切於 D 點、 E 點。根據圖中標示的長度與角度，求 $\overline{AD}$ 的長度為何？

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$

【108.會考】



答：_____。

2. 若二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 與 x 軸交點為 $(6, 0)$ ， $(-6, 0)$ ，且過 $(4, -4)$ ，則

$a =$ _____。

【國中試題】

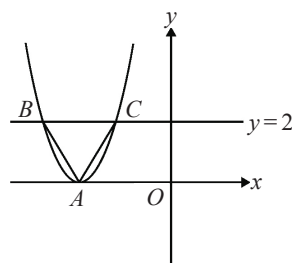
3. α ， β 為方程式 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta =$ _____。

4. 如圖，坐標平面上有一頂點為 A 的拋物線，此拋物線與方程式 $y = 2$ 的圖形交於 B ， C 兩點，且 $\triangle ABC$ 為正三角形。若 A 點坐標為 $(-3, 0)$ ，則此拋物線與 y 軸的交點坐標為何？

(A) $(0, \frac{9}{2})$ (B) $(0, \frac{27}{2})$

(C) $(0, 9)$ (D) $(0, 18)$

【108.會考】



答：_____。

5. 求二次函數 $y = x^2 - 2x + 2019$ 圖形的頂點坐標為_____。

6. 已知二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 在座標平面上通過兩點 $(0, 5)$ 和 $(10, 8)$ ，若 $a < 0$ ， $0 < h < 10$ ， h 之值可能為下列何者？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

答：_____。

7. 若 $x - 3y + 5 = 0$ ，求 $4x^2 - y^2$ 的最小值 = _____。

8. $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，若 $f(1) = f(2) = f(\sqrt{5}) = 5$ ，則 $f(1) + f(2) + \cdots + f(100) =$ _____。

9. 若 α ， β 為 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 之兩根，則 $(\alpha^2 + 3)^3 + (\beta^2 + 3)^3 =$ _____。

10. 設 a 為實數，若二次函數 $y = ax^2 - 3x - 4a$ 的圖形與 $y = x^2 - 3x - 8$ 的圖形沒有交點，求 a 的範圍。

答：_____。