

普高數學銜接教材

目次

第 1 單元 指數與根式的運算

主題 1 指數的運算	1
主題 2 根式的運算	6
第 1 單元 課後練習	11

第 2 單元 多項式

主題 1 常用乘法公式	12
主題 2 多項式	15
主題 3 因式分解	19
第 2 單元 課後練習	21

第 3 單元 方程式

主題 1 一元一次方程式	23
主題 2 一元二次方程式	27
第 3 單元 課後練習	32

第 4 單元 不等式

主題 1 一元一次不等式	34
主題 2 絕對值不等式	38
第 4 單元 課後練習	41

第 5 單元 函數及其圖形

主題 1 函數的概念	42
主題 2 線型函數及其圖形	43
主題 3 二次函數及其圖形	48
第 5 單元 課後練習	57

第1單元 指數與根式的運算

主題1 指數的運算

1.指數記法：設 a 為實數， n 為正整數，我們以 a^n 表示 n 個 a 相乘，即

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個}} \text{, 讀作「}a\text{ 的 }n\text{ 次方」, 其中 }a\text{ 為底數, }n\text{ 為指數。}$$

2.正整數指數律：若 a, b 為實數， m, n 為正整數，則

$$(1) a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (2) (a^n)^m = a^{nm} \quad (3) (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

3.零指數與負整數指數：

(1)若 $a \neq 0$ ，定義 $a^0 = 1$ ，且 0^0 無意義。

(2)若 $a \neq 0$ ， n 為正整數，定義 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 。

(3)若 $a \neq 0$ ， m, n 為正整數，則 $a^n \div a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ 。

4.指數之比較大小：

(1)底數皆為 a ，且 $a > 1$ 時，若 $m > n$ ，則 $a^m > a^n$ 。

(2)底數不同，但指數相同時，若 $a > b > 0$ ，則 $a^m > b^m$ 。

5.科學記號：將一個數記作 $a \times 10^n$ 形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數，即稱為科學記號，例如： $3.14 \times 10^6, 1 \times 10^{-6}$ 皆為科學記號。

例題 1

$$(1) 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^n, \text{ 則 } n = ?$$

$$(2) 3^2 \times 3^4 + (3^2)^4 = k \cdot 3^6, \text{ 則 } k = ?$$

$$(3) 2^5 \times (-2)^5 = m^5, \text{ 則 } m = ?$$

解

類題 1

$$(1) 2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = k(-2)^n, \text{ 則 } k = ? \text{ } n = ?$$

$$(2) (-4)^2 \times (-4)^4 + [(-4)^2]^3 = k \times 4^n, \text{ 則 } k = ? \text{ } n = ?$$

$$(3) 5^6 \times (\frac{1}{5})^6 = ?$$

解

例題 2

試求下列各值：

$$(1) -5^2 + (-5)^2 = ?$$

$$(2) -5^3 + (-5)^3 = ?$$

解**類題 2**

試求下列各值：

$$(1) -1^2 + (-1)^2 = ?$$

$$(2) -1^3 + (-1)^3 = ?$$

解**例題 3**

試求下列各值：

$$(1) (-3)^2 + (-3)^{-2} = ?$$

$$(2) -699^0 + (-1023)^0 = ?$$

解**類題 3**

試求下列各值：

$$(1) 2^3 + 2^{-3} = ?$$

$$(2) \left(-\frac{1}{5}\right)^0 - \left(\frac{1}{5}\right)^0 = ?$$

解**例題 4**

$$(1) 5^6 \div 5^4 \times 5^3 = 5^k, \text{ 則 } k = ?$$

$$(2) 10^4 \times (10^{-2})^3 \div 10^{-1} = 10^n, \text{ 則 } n = ?$$

$$(3) (2^3)^4 \times 16^2 \div 32^3 = 2^m, \text{ 則 } m = ?$$

$$(4) 12^4 = 2^a \cdot 3^b, \text{ 則 } a + b = ?$$

解**類題 4**

$$(1) 6^2 \times 6^5 \div 6^4 = 6^k, \text{ 則 } k = ?$$

$$(2) (-5)^{-3} \times [(-5)^4]^2 \div (-5)^3 = (-5)^n, \text{ 則 } n = ?$$

$$(3) 3^5 \div \frac{1}{81} \times (\frac{1}{9})^3 = 3^m, \text{ 則 } m = ?$$

$$(4) 10^6 = 4^c \times 5^d, \text{ 則 } c + d = ?$$

解

例題 5

$$(1) \frac{a^3b^4}{a^2b} = a^x b^y, \text{ 則 } x + y = ?$$

$$(2) \frac{(3^2 \cdot 5^3)^2 \cdot 3}{5^4} = 3^m \cdot 5^n, \text{ 則 } m + n = ?$$

解**類題 5**

$$(1) \frac{x(x^2y^3)}{xy^4} = x^r y^s, \text{ 則 } r + s = ?$$

$$(2) \frac{(7^6 \cdot 5^3) \cdot 7^3}{35} = 5^a \cdot 7^b, \text{ 則 } a + b = ?$$

解**例題 6**

試比較各組數的大小：

$$(1) 3^{11}, 9^6, 27^3 \quad (2) 4^8, 8^6, 16^4$$

解**類題 6**

試比較各組數的大小：

$$(1) 2^{20}, 4^{15}, 8^{10} \quad (2) 3^{0.5}, 9^{0.2}, 27^{0.3}$$

解

例題 7

試比較各組數的大小：

$$(1) 0.3^{10}, 1.3^{10}, 2.3^{10} \quad (2) 2^{12}, 3^8, 5^4$$

解**類題 7**

試比較各組數的大小：

$$(1) 0.3^6, 1, 1.3^6 \quad (2) 2^{30}, 3^{20}, 4^{10}$$

解**例題 8**

請將下列各值表示為科學記號：

$$(1) 1230000 \quad (2) 0.00425 \\ (3) 0.0013 \times 10^6 \quad (4) 0.2^4$$

解**類題 8**

請將下列各值表示為科學記號：

$$(1) 125 \times 10^3 \quad (2) 0.039 \times 10^{-4} \\ (3) 0.03^2$$

解

例題 9

- (1) 試展開 $a = 9.2 \times 10^4$ 。
- (2) 由(1)觀察， a 為幾位數？
- (3) 若 $b = 42.5 \times 10^{12}$ ，則 b 為幾位數？

解**類題 9**

- (1) 試展開 $c = 0.12 \times 10^6$ 。
- (2) 由(1)觀察， c 為幾位數？
- (3) 若 $d = 0.0023 \times 10^{10}$ ，則 d 為幾位數？

解**例題 10**

- (1) 試展開 $a = 9.2 \times 10^{-4}$ 。
- (2) 由(1)觀察，則 a 自小數點以後第幾位始不為 0？
- (3) 若 $b = 42.5 \times 10^{-12}$ ，則 b 自小數點以後第幾位始不為 0？

解**類題 10**

- (1) 試展開 $c = 0.12 \times 10^{-6}$ 。
- (2) 由(1)觀察， c 自小數點以後第幾位始不為 0？
- (3) 若 $d = 0.0023 \times 10^{-10}$ ，則 d 自小數點以後第幾位始不為 0？

解

主題 2 根式的運算

1. 平方根：

設 $a > 0$ ，若 $x^2 = a$ ，則 x 為 a 的平方根，記作 $x = \pm\sqrt{a}$ 。

平方根的運算性質如下：

$$(1) \text{若 } a \geq 0, b \geq 0, \text{ 則 } \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}.$$

$$(2) \text{若 } a \geq 0, b > 0, \text{ 則 } \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$(3) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}.$$

2. 立方根：

設 a 為任意實數，若 $x^3 = a$ ，則 x 為 a 的立方實根，記作 $x = \sqrt[3]{a}$ 。

立方根的運算性質如下：

令 a, b 為任意實數

$$(1) \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}.$$

$$(2) \sqrt[3]{a} \div \sqrt[3]{b} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}, \text{ 其中 } b \neq 0.$$

$$(3) \sqrt[3]{a^3} = (\sqrt[3]{a})^3 = a.$$

3. 最簡根式：

在 $\sqrt[n]{a}$ 中，整數 a 的因式無法移到根號外，且根指數 n 也無法化小。

例 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{12}$ 不是最簡根式，但 $2\sqrt{3}$ 為最簡根式。

例 $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2^3 \times 3} = 2\sqrt[3]{3}$ ， $\sqrt[3]{24}$ 不是最簡根式，但 $2\sqrt[3]{3}$ 為最簡根式。

4. 有理化因式：

若兩個根式的乘積為有理式，則此兩根式互稱為有理化因式。

$$\text{例 } (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$$

$$\text{例 } (\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1) = (\sqrt[3]{x})^3 - 1 = x - 1$$

則 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 與 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ， $\sqrt[3]{x} - 1$ 與 $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1$ 皆互稱為有理化因式。通常，若分母為根式時，我們利用有理化因式將分母有理化，以方便運算。

例題 11

(1) 64 的平方根為何？立方根為何？

(2) 試求下列各值

(1) $\sqrt{64} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $-\sqrt{64} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sqrt[3]{64} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $\sqrt[3]{-64} = \underline{\hspace{2cm}}$

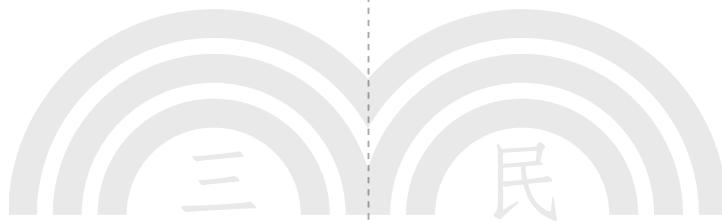
(5) $-\sqrt[3]{64} = \underline{\hspace{2cm}}$

(6) $-\sqrt[3]{-64} = \underline{\hspace{2cm}}$

解**類題 11**

(1) 169 的平方根為何？

(2) -125 的立方根為何？

(3) $\sqrt{25} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-8}$ 值為何？**解****例題 12**

請將下列化為最簡根式：

(1) $\sqrt{3^7}$ (2) $\sqrt{72}$ (3) $\sqrt{2^4 \times 5^2 \times 7^3}$

解**類題 12**

請將下列化為最簡根式：

(1) $\sqrt{6^3}$ (2) $\frac{1}{2}\sqrt{108}$ (3) $\sqrt{3^5 \times 7^2}$

解

例題 13

試求下列各值：

$$(1) \sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{64}$$

$$(2) 4\sqrt{18} + \sqrt{48} - \sqrt{72}$$

解**類題 13**

試求下列各值：

$$(1) \sqrt{45} - \sqrt{125} + \sqrt{20}$$

$$(2) \sqrt{243} - 2\sqrt{12} + \sqrt{49}$$

解**例題 14**

試求下列各值：

$$(1) \sqrt{(-5)^2} \times (-\sqrt{7})^2$$

$$(2) \sqrt{3} \div \sqrt{6} \times \sqrt{8}$$

$$(3) \frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{14}} \times 2\sqrt{\frac{7}{6}} \div \sqrt{\frac{1}{8}}$$

解**類題 14**

試求下列各值：

$$(1) \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{6^2}$$

$$(2) \sqrt{50} \div \sqrt{5} \div \sqrt{2}$$

$$(3) \sqrt{\frac{5}{7}} \div \left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{28}}\right) \times \left(-\sqrt{\frac{3}{125}}\right)$$

解

例題 15

試求下列各值：

$$(1) \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-8}$$

$$(2) \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2}$$

$$(3) \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[3]{\frac{5}{32}} \div \sqrt[3]{\frac{2}{25}}$$

解**類題 15**

試求下列各值：

$$(1) \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt{(-7)^2}$$

$$(2) \sqrt[3]{108} - 3\sqrt[3]{4}$$

$$(3) \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{9}} \times \sqrt[3]{-\frac{3}{2}}$$

解**例題 16**

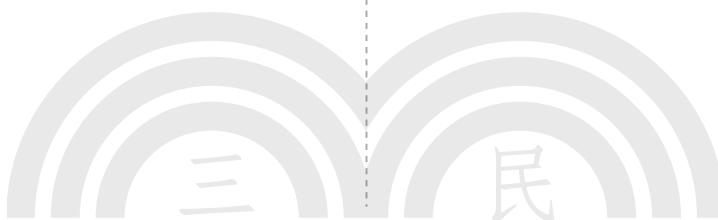
試將下列各式有理化：

$$(1) \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (2) \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

解**類題 16**

試將下列各式有理化：

$$(1) \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2) \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

解

例題 17

請化簡 $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^{-1} - (\sqrt{3} - 1)^{-1}$ 。

解**類題 17**

請化簡 $\frac{2}{\sqrt{3} + 1} + \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$ 。

解**例題 18**

試比較 $\sqrt{5} + \sqrt{3}$, $\sqrt{7} + 1$, $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 之大小。

解
類題 18

試比較 $3 + \sqrt{3}$, $2 + \sqrt{8}$, $1 + \sqrt{11}$ 之大小。

解

第1單元 課後練習

1. $7^m \times 7^6 = 7^{11}$, $(9^3)^2 = 3^n$, 則 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $4^{12} \times (\frac{3}{2})^{12} = k^{12}$, 則 $k^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. $(-\sqrt{18})^2 + (3^{-2} + 2^{-3})^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. $\frac{28^3 \cdot 7^4}{2^2 \cdot 14} = 2^n \cdot 7^m$, 則 $n + m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 試比較大小： $3^8 \times 2^8 \underline{\hspace{2cm}} 5^8$ 。（請填入 $>$, $=$ 或 $<$ 其中一個）

6. 若 13.6×10^9 為一個 a 位數的整數， 6.9×10^{-6} 為一個自小數點以下第 b 位始不為 0 的小數，則 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 試化簡 $\sqrt{\frac{7}{3}} \div \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} + \sqrt{18} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 試比較大小： $\sqrt{2} + \sqrt{3} \underline{\hspace{2cm}} \sqrt{6} + 1$ 。（請填入 $>$, $=$ 或 $<$ 其中一個）

9. 試化簡 $\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. $\sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt{(-2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

第 2 單元 多項式

主題 1 常用乘法公式

1. 乘法分配律： $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ 。

2. 完全平方公式： $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

3. 平方差公式： $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 。

除了上述二次方的常用公式，未來也需要用到的三次方公式，可先預習：

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

例題 1

請展開下列各式：

$$(1) (a + 2)(b - 3)$$

$$(2) (2x - 3y)^2$$

$$(3) (\sqrt{5} + 2\sqrt{3})^2$$

$$(4) (b + 3\sqrt{5})(b - 3\sqrt{5})$$

解

類題 1

請展開下列各式：

$$(1) (x - 5)(y + 6)$$

$$(2) (a + 2b)^2$$

$$(3) (4 - 3\sqrt{2})^2$$

$$(4) (11 + 4\sqrt{2})(11 - 4\sqrt{2})$$

解

例題 2

若 $a^2 + b^2 = 48$, $ab = 8$ ，則 $a + b = ?$

解**類題 2**

若 $a + b = 6\sqrt{2}$, $ab = 3$ ，則 $a^2 + b^2 = ?$

解**例題 3**

若 $a - b = 5$, $ab = 6$ ，則 $a + b = ?$

解**類題 3**

若 $(a + b)^2 = 12$, $(a - b)^2 = 6$ ，則 $ab = ?$

解**例題 4**

若 $a + b = 4$, $a^2 - b^2 = 24$ ，則 $a - b = ?$

解**類題 4**

若 $a^2 - b^2 = 40$ ，且 $a - b = 5$ ，則 $a + b = ?$

解

例題 5

設 x 為實數，且 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，試求：

$$(1) \text{展開 } (x + \frac{1}{x})^2 \quad (2) x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

解**類題 5**

設 x 為實數，且 $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ ，試求：

$$(1) \text{展開 } (x - \frac{1}{x})^2 \quad (2) x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

解**例題 6**

利 用 公 式 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ，求：

$$(1) (6 - \sqrt[3]{2})(36 + 6\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})$$

$$(2) \text{有理化 } \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$$

解**類題 6**

利 用 公 式 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ，求：

$$(1) (5 + \sqrt[3]{3})(25 - 5\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9})$$

$$(2) \text{有理化 } \frac{1}{\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}}$$

解

主題 2 多項式

1.多項式的定義：設 n 為非負整數， $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ 為實數，則 x 的多項式可表示為 $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ 。

2.基本概念：設 $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ 為 x 的多項式，其中 n 為非負整數。

(1)多項式的次數：若 $a_n \neq 0$ ，由 x 的最高次數 n ，可說 $f(x)$ 為 x 的 n 次多項式。

(2)係數： $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ 分別為 $x^n, x^{n-1}, \dots, x^1, x^0$ 的係數，若 $a_n \neq 0$ ， a_n 稱為 $f(x)$ 的首項係數（領導係數）， a_0 稱為 $f(x)$ 的常數項。

(3)常數多項式： $f(x) = a_0$ ，其中

① $f(x) = a_0, a_0 \neq 0$ ， $f(x)$ 稱為零次多項式，次數為 0，例 $f(x) = -2$ 。

② $f(x) = 0$ ， $f(x)$ 稱為零多項式，不討論其次數。

3.多項式排列：

(1)降幕排列：依各項 x 的次數，由高而低排列。

(2)升幕排列：依各項 x 的次數，由低而高排列。

4.多項式的四則運算：

(1)加、減法：依 x 的同次數項，將其係數作加、減法合併。

(2)乘法：依分配律展開，再將同類項合併。

(3)除法：①長除法②分離係數法。

通常多項式四則運算之後，皆將其做降幕（或升幕）排列表示。

5.除法關係式：

若被除式 $f(x)$ 除以除式 $g(x)$ ，可得商式 $q(x)$ 及餘式 $r(x)$ ，其中 $r(x)$ 可為 0，或 $r(x)$ 的次數需低於 $g(x)$ 的次數，則可得下列關係式：

$$\begin{array}{l} \text{被除式} = \text{除式} \times \text{商式} + \text{餘式} \\ \text{即 } f(x) = g(x) \times q(x) + r(x) \end{array}$$

例題 7

下列何者為 x 的多項式？

- (A) $3x^6 + \sqrt{2}$ (B) $\frac{1}{x} + x^2 + 1$
 (C) $\sqrt{6x+3}$ (D) $|5x+1|$
 (E) $2x^2 - 1 = 0$

解**類題 7**

下列何者為 x 的多項式？

- (A) $5x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{x^2+1}$
 (C) $\sqrt{x} + x^2$ (D) $|x| - 1$
 (E) $6x - 1 = 0$

解**例題 8**

已知 $f(x) = 6x^5 - 7x^3 + 11x - 5$ ，試求：

- (1) x^3 係數， x^2 係數各為何？
 (2) 常數項
 (3) 首項係數
 (4) $f(x)$ 的次數

解**類題 8**

已知 $g(x) = 101x^4 + 100x^3$ ，試求：

- (1) x^3 係數， x 項係數各為何？
 (2) 常數項
 (3) 首項係數
 (4) $f(x)$ 的次數

解**例題 9**

若 $ax^3 + (b+2)x^2 - 5x + 3$ 為一次多項式，則 a, b 值各為何？

解**類題 9**

若 $(a+3)x^2 + (b-5)x - 3$ 為常數多項式，則 $a+b=?$

解

例題 10

試化簡下列各式，並降幕排列：

- (1) $(6x^2 - 5x) + 2(5x - x^2) - 3(2x + 1)$
- (2) $(5x - 6)(7x + 2) - x(2x + 1)$
- (3) $(-6x + 5)^2 + (-3x - 2)^2$
- (4) $(5x - 4)(5x + 4)$

解**類題 10**

試化簡下列各式，並降幕排列：

- (1) $5(6 - 2x + 3x^2) - 2(x + 1)$
- (2) $(4x - 1)(6 - x) + 3x(x - 5)$
- (3) $(6x - 5)^2 - (3x + 2)^2$
- (4) $(1 - 4x)(1 + 4x)$

解**例題 11**

利用長除法，求 $(2x^3 - 13x^2 + 10)$ 除以 $(2x + 3)$ 之商式、餘式。

解**類題 11**

利用分離係數法，求 $(6x^3 - 5x^2 + 5x + 1) \div (2x^2 - x - 1)$ 之商式及餘式。

解

例題 12

若多項式 A 除以 $3x + 4$ ，得商式 $x^2 + 10$ ，餘式 5，求 A 。

解**類題 12**

若 $(5x - 3)$ 除 $(ax^3 + bx^2 + cx + d)$ ，得商式 $-x + 2$ ，餘式 -3 ，則 $a + c = ?$

解**例題 13**

若 $4x^3 - 5x^2 + 9x$ 除以 $(ax + b)$ ，得商式 $x^2 - x + 2$ ，餘式 2，則 $a = ?$ $b = ?$

解**類題 13**

設多項式 B ，若 $x^2 + 6x - 5$ 除以 B 得商式 $x + 1$ ，餘式 -10 ，求 B 。

解

主題 3 因式分解

1. 若 A, B, C 皆為多項式，當 $A \div B = C$ 為整除（餘式 = 0）時，可得 $A = B \times C$ ，此時稱 B, C 為 A 的因式， A 為 B, C 的倍式。
2. 因式分解：將 x 的多項式表示成若干個多項式乘積。其常用方法有
 - (1) 提出公因式 (2) 利用平方差公式或完全平方公式 (3) 十字交乘

例題 14

試將下列各式因式分解：

- (1) $x - 5x^2$
- (2) $(a + b)^2 - (a + b)$
- (3) $(7 - 4x)^2 - (2x + 3)(4x - 7)$

解

類題 14

試將下列各式因式分解：

- (1) $6y^3 - 2y^2$
- (2) $(3x + 1)^2 + 6x(3x + 1)$
- (3) $(5x - 1)(3x - 7) - (1 - 5x)^2$

解



例題 15

試將下列各式因式分解：

- (1) $x^2 - 81$
- (2) $4a^2 - 20a + 25$
- (3) $(x + 3)^2 - 8(x + 3) + 16$

解**類題 15**

試將下列各式因式分解：

- (1) $y^2 - 121$
- (2) $y^2 - 16y + 64$
- (3) $(x - 6)^2 - 6(x - 6) + 9$

解**例題 16**

試將下列各式因式分解：

- (1) $x^2 - 5x + 6$
- (2) $6x^2 - x - 2$
- (3) $x^3 + 9x^2 - 4x - 36$

解**類題 16**

試將下列各式因式分解：

- (1) $x^2 + 3x - 28$
- (2) $15x^2 + x - 6$
- (3) $3x^3 - 6x^2 + x - 2$

解

第2單元 課後練習

1. 若 $f(x) = ax^3 + (b - 2)x^2 + (c + 3)x - 5$ 為常數多項式，則

$$a + b + c = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

2. 將 $(6x + 7)(x - 5x^2)$ 展開後為一 n 次多項式，且領導係數為 m ， x^2 項係數為 k ，

則 $n + m + k = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

3. 若多項式 $f(x)$ 除以 $5x - 3$ 得商式 $2x + 5$ ，餘式為 -6 ，則 $f(x)$ 為

$$\underline{\hspace{2cm}}^\circ \text{三} \underline{\hspace{2cm}}^\circ \text{民} \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

4. 求 $(3x^2 - 2)$ 除 $(6x^3 - 3x^2 - 5x - 7)$ 之餘式為 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$

5. 已知 $a - b = 3$, $ab = 3$ ，則 $a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

6. 已知 $a^2 + b^2 = \frac{5}{2}$, $ab = \frac{3}{4}$ ，則 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ °

7. 若 $(7x + a)^2 = 49x^2 + bx + 4$ ，且 $a < 0$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ °

8. 將 $x^4 - 81$ 因式分解可得 $(x^2 + p)(x + q)(x + r)$ ，則 $p + q + r = \underline{\hspace{2cm}}$ °

9. 因式分解 $x^3 - x^2 - 12x = \underline{\hspace{2cm}}$ °

10. 若 $4x^2 - kx + 12$ 為 $4x - 3$ 的倍式，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ °

第3單元 方程式

主題1 一元一次方程式

1. 一元一次方程式 $ax + b = 0$ 的解：

- (1) 若 $a \neq 0$ ，則其解 $x = -\frac{b}{a}$ 。
- (2) 若 $a = 0$ ，且 $b \neq 0$ ，則 $ax + b = 0$ 無解。
- (3) 若 $a = 0$ ，且 $b = 0$ ，則 x 為任意實數。

2. 絕對值方程式：

(1) 絶對值的幾何意義：在數線上， $|x|$ 表示 x 點到原點的距離，故 $|x - a|$ 表示 x 點與 a 點兩點之間的距離，且 $|x - a| = |a - x|$ 。

- (2) 互為相反數的兩數，其絕對值相等，即 $|x| = |-x|$ 。
- (3) 若 x 為任意實數，則 $|x| \geq 0$ 。

(4) 因為 $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ ，故 $|x - a| = \begin{cases} x - a, & x \geq a \\ -(x - a) = -x + a, & x < a \end{cases}$ 。

例題 1

試解方程式：

(1) $12x + 31 = 67$

(2) $6(x - 1) - 2(3 - 5x) = 4x - 9$

解

類題 1

試解方程式：

(1) $5x - 3 = 7$

(2) $3(x + 1) + 5(2x - 3) = x$

解

例題 2

試解方程式：

(1) $\frac{9}{4}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{2}x + 1$

(2) $\frac{6x - 1}{5} - \frac{x - 5}{3} = \frac{4(x + 1)}{15}$

解**類題 2**

試解方程式：

(1) $\frac{3}{2}x + 1 = \frac{5}{4}x - 5$

(2) $\frac{2x + 1}{4} + \frac{x - 1}{3} = 2$

解**例題 3**

試解方程式：

(1) $4x + 3 = 4(x - 7)$

(2) $5(x + 1) - 9 = 4(x - 1) + x$

解**類題 3**

試解方程式：

(1) $6x - 2(x - 1) = 4x + 3$

(2) $3(2x + 6) = 2(3x + 9)$

解**例題 4**試求 x 值：

(1) $|x| = 0$ (2) $|x| = 3$ (3) $|x| = -5$

解**類題 4**試求 x 值：

(1) $|x| = 2.99$ (2) $|x| = -101$

解

例題 5試求 x 值：

$$\begin{array}{ll} (1) |x - 1| = 4 & (2) |2x + 3| = 5 \\ (3) |3x - 7| = 0 & (4) |3 - x| = -1 \end{array}$$

解**類題 5**試求 x 值：

$$\begin{array}{ll} (1) |x + 2| = 5 & (2) |3x - 1| = 8 \\ (3) |5x - 6| = 0 & (4) |5 - 100x| = -2 \end{array}$$

解**例題 6**試求 a, b 各值：

$$\begin{array}{l} (1) |3a - 1| + |2b + 5| = 0 \\ (2) |5a + 1| + (b - 2)^2 = 0 \end{array}$$

解**類題 6**

- (1) 若 $|2a + 6| + |3b - 2| = 0$ ，試求 a, b 之值。
- (2) 若 $|5x + 3| + (2y - 5)^2 = 0$ ，試求 $x \cdot y$ 之值。

解

例題 7

若 a, b 為整數，則下列各式中之 a, b 各為何？

$$(1) 2|a+5| + 3|b-7|=0$$

$$(2) |a-1| + 3|12-b|=1$$

解**類題 7**

若 x, y 為整數，且滿足下列各式，則 $x+y$ 之值各為何？

$$(1) 12|x| + 32|y+1|=0$$

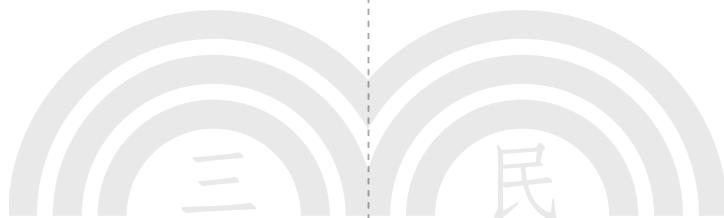
$$(2) 16|x+3| + |y-9|=1$$

解**例題 8**

若 $0 < x < 3$ ，試化簡 $2|x+5| - |x-6|$ 。

解**類題 8**

若 $-2 \leq x \leq 2$ ，試化簡 $|x-3| + |x+3|$ 。

解

主題2 一元二次方程式

1. 設 $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, 即為一元二次方程式, 通常求出解 x 的方法有：

(1) 因式分解 (詳見第2單元)

(2) 配方法：若 $ax^2 + bx + c = 0$, 且 $a \neq 0$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\therefore (x + \frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \quad (\text{項係數一半的平方})$$

$$\text{則 } x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{-4ac + b^2}{4a^2}}$$

(3) 代公式法：若 a, b, c 皆為實數, 且 $a \neq 0$, 由(2)結論可得 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的

公式為 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 其中令 $b^2 - 4ac$ 為根的判別式。

① $b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow$ 方程式有二相異實根。

② $b^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow$ 方程式有二相等實根。

③ $b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow$ 方程式無實根。

2. 根與係數的關係：

(1) 在解一元二次方程式時, 若方程式可因式分解為 $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$, 則可知二根為 α, β 。反之, 將其展開可得 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ (x^2 和 x 積 = 0)。

(2) 若 α, β 為 $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ 之二根, 則 $\begin{cases} \text{二根和 } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ \text{二根積 } \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$ 。

例題 9

求下列方程式的根：

(1) $5x^2 = 6$ (2) $x^2 + 3 = 0$

解

類題 9

求下列方程式的根：

(1) $x^2 - 7 = 0$ (2) $(x - 3)^2 = 0$

解

例題 10

利用因式分解求下列方程式的根：

- (1) $x(x - 2) = 0$
- (2) $5x^2 - 6x = 0$
- (3) $6x^2 - 5x - 1 = 0$
- (4) $(x - 1)^2 + 6(x - 1) = 0$

解**類題 10**

求下列方程式的根：

- (1) $(3x + 1)(x - 1) = 0$
- (2) $7x^2 = 10x^2 - 5x$
- (3) $12x^2 - 5x - 2 = 0$
- (4) $(2x - 3) - 5(2x - 3)^2 = 0$

解**例題 11**

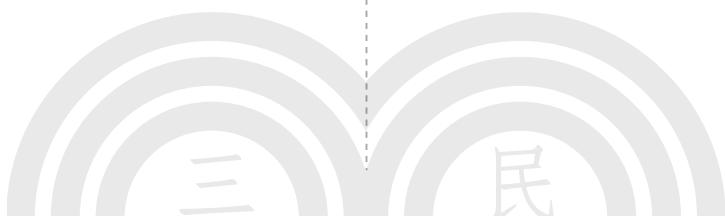
試將下列各式配方：

- (1) $x^2 - 6x + 3$
- (2) $3x^2 - 6x + 1$
- (3) $-2x^2 + x - 1$

解**類題 11**

試將下列各式配方：

- (1) $x^2 + 8x - 5$
- (2) $\frac{1}{2}x^2 + x - 2$
- (3) $-3x^2 + 12x + 1$

解

例題 12

利用配方法求 $2x^2 - 10x + 3 = 0$ 的根。

解**類題 12**

利用配方法求 $3x^2 - 12x - 7 = 0$ 的根。

解**例題 13**

利用根的公式求下列方程式的根：

$$(1) 2x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$(2) 3x^2 + 5x - 1 = 0$$

解**類題 13**

利用根的公式求下列方程式的根：

$$(1) 3x^2 - 12x - 7 = 0$$

$$(2) -2x^2 - x + 21 = 0$$

解

例題 14

試利用根的判別式，判斷方程式的根。

若有實根，則其根各為何？

$$(1) x^2 + x + 5 = 0$$

$$(2) x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(3) 5x^2 + 9x - 2 = 0$$

解**類題 14**

試利用根的判別式，判斷方程式的根。

若有實根，則其根各為何？

$$(1) 2x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(2) 4x^2 - 12x + 9 = 0$$

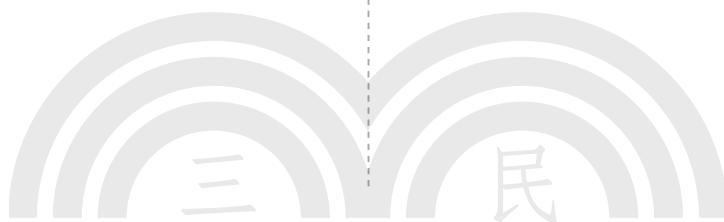
$$(3) 3x^2 + 10x + 8 = 0$$

解**例題 15**

若 $x^2 + 6x - 4m + 5 = 0$ 有實根，則 m 的範圍為何？

解**類題 15**

若 $9x^2 - 2mx + 4 = 0$ 有二相等實根，則 m 值為何？

解

例題 16

若 $ax^2 + x + c = 0$ 有二根 $\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}$,
 $a \neq 0$, 則 $a + c = ?$

解**類題 16**

若 $2x^2 + bx + c = 0$ 有二根 $5, -2$, 則
 $b - c = ?$

解**例題 17**

若 α, β 為 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 之二根, 則
(1) $\alpha + \beta = ?$ (2) $\alpha\beta = ?$ (3) $\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = ?$

解

三

類題 17

若 α, β 為 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 之二根, 則
(1) $\alpha + \beta = ?$ (2) $\alpha\beta = ?$ (3) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$

解

民

例題 18

有 3 個連續正偶數, 此三數的平方和
為 596, 則最大數為何?

解**類題 18**

若三連續正整數的最大數與最小數乘
積為 399, 則最小數為何?

解

第3單元 課後練習

1. 方程式 $5(2x - 3) - 7(3x - 5) + 9 = 5x - 3$ 的根為 _____ °。

2. 若 $\frac{3x-1}{4}+7=ax-2$ 的根為 -5 ，則 $5(x-7)+a(4x+1)=0$ 的根為 _____ °。

3. 若 $|2x+9|+5|3y-1|=0$ ，則 $xy=$ _____ °。

4. 若 $|5x+6|=4$ ，則 $x=$ _____ °。

5. 方程式 $5(x^2-x)=7x$ 之解為 _____ °。

6. 方程式 $9x^2 + 6x - 8 = 0$ 之解為 _____ °

7. 方程式 $6x^2 - 2x - 1 = 0$ 之解為 _____ °

8. 若 $x^2 + bx + c = 0$ 的二根為 2, -3，則 $bc = \underline{\hspace{2cm}}$ °

9. 已知 α, β 為 $x^2 + 5x - 7 = 0$ 之二根，則 $\frac{5}{\alpha} + \frac{5}{\beta} = \underline{\hspace{2cm}}$ °

10. 已知有一果園共有 450 棵果樹，以排列式種植，其每列的果樹數目為列數的 3 倍多 15 棵，則每列種植 _____ 棵果樹。

第4單元 不等式

主題1 一元一次不等式

1. **一元一次不等式**：包含一未知數，且其次方為一次的不等式。利用移項，可化為 $ax + b > 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \leq 0$ 的形式，其中 a, b 為常數， $a \neq 0$ 。

2. **運算性質**：若 $a > b$, c 為任意實數

$$(1) a + c > b + c \circ$$

$$(2) a - c > b - c \circ$$

(3) 若 $c > 0$ ，則 $ac > bc \circ$ 反之， $c < 0$ ，則 $ac < bc \circ$

(4) 若 $c > 0$ ，則 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \circ$ 反之， $c < 0$ ，則 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c} \circ$

3. **不等式 $ax + b > 0$ 的解**：

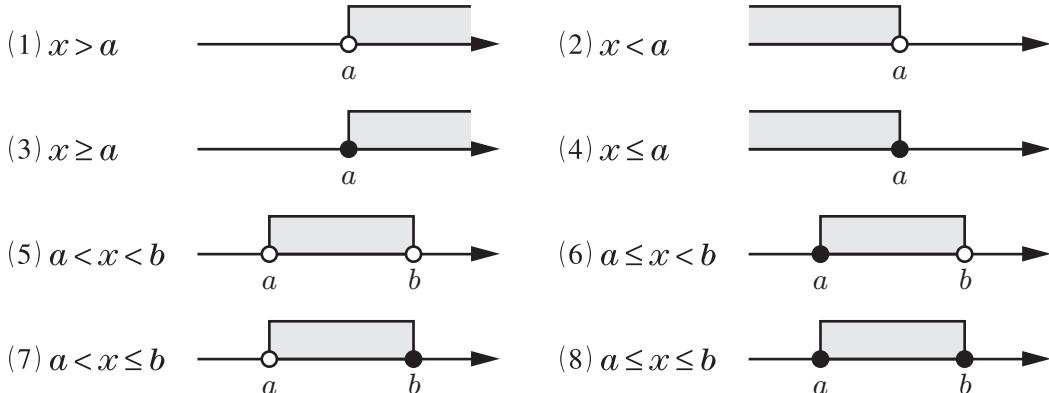
(1) 若 $a > 0$, $ax > -b$ ，則 $x > \frac{-b}{a} \circ$

(2) 若 $a < 0$, $ax > -b$ ，則 $x < \frac{-b}{a} \circ$ ($\geq, <, \leq$ 之不等式則依此類推)

4. **圖示一元一次不等式的解**：

在不等式的圖示中，我們將包含的端點以實心圓點「•」表示，不包含的端點以空心圓點「○」表示。

設 a, b 為常數，且 $a < b$



例題 1

圖解一元不等式：

$$(1) 7x + 3 > -5 \quad (2) 2 - 5x \geq -3$$

解**類題 1**

圖解一元不等式：

$$(1) 5x - 1 \geq 7 \quad (2) -6x - 3 < 5$$

解**例題 2**

求不等式的解：

$$(1) 2x - 1 \leq 3x - 5$$

$$(2) \frac{1}{3}x - 2 < \frac{1}{2}x + 1$$

解**類題 2**

求不等式的解：

$$(1) 6x + 3 > 4x - 1$$

$$(2) \frac{5}{2}x - 3 < \frac{11}{4}x - 1$$

解**例題 3**

求不等式 $5(x + 6) - 7(x - 1) \geq 0$ 的解。

解**類題 3**

求不等式 $6(1 - x) + 8(2x - 3) \leq 5(x + 1)$ 的解。

解

例題 4

圖解不等式並寫出其解：

$$(1) 6 < 5x + 1 < 13$$

$$(2) -2 < \frac{4x - 1}{3} \leq 5$$

$$(3) 6 + 8(x + 1) < 5(x + 3) \leq 7x - 5$$

解**類題 4**

圖解不等式並寫出其解：

$$(1) -3 \leq 6x - 3 < 7$$

$$(2) 0 < \frac{2}{5}x - 1 < 9$$

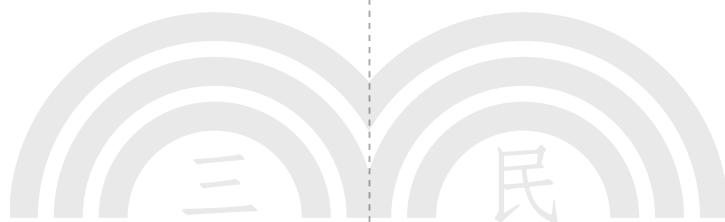
$$(3) 6x \leq 3x - 1 \leq 5x + 3$$

解**例題 5**

滿足不等式 $\frac{5x+1}{2} - \frac{2x-1}{3} < 1$ 的最大整數為何？

解**類題 5**

滿足 $1 < \frac{5}{6}x + \frac{1}{2} \leq 7$ 的整數共有多少個？

解

例題 6

若 $y = -3x + 5$ ，已知 $3 \leq x < 6$ ，則 y 範圍為何？

解**類題 6**

若 $y = \frac{3}{2}x + 5$ ，已知 $-2 < x < 3$ ，則 y 範圍為何？

解**例題 7**

若 $a > 0, b < 0$ ，則點 $A(a - b, b - a)$ 在第幾象限？

解**類題 7**

若 $a < 0, b < 0$ ，則點 $B(-3a, a + b)$ 在第幾象限？

解**例題 8**

若 $P(a - 2, a + 6)$ 在第二象限，則 a 的範圍為何？

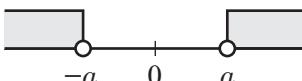
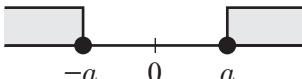
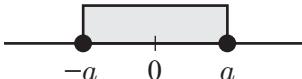
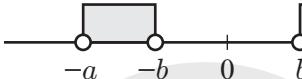
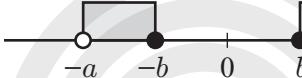
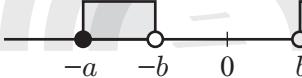
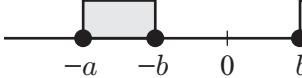
解**類題 8**

若 $Q(a - 5, a - 7)$ 在第一象限，則 a 的範圍為何？

解

主題 2 絕對值不等式

若 $a > b > 0$ ，利用圖示，即可解絕對值不等式：

- (1) $|x| > a$  $\Rightarrow x < -a \text{ 或 } x > a$
- (2) $|x| \geq a$  $\Rightarrow x \leq -a \text{ 或 } x \geq a$
- (3) $|x| < a$  $\Rightarrow -a < x < a$
- (4) $|x| \leq a$  $\Rightarrow -a \leq x \leq a$
- (5) $b < |x| < a$  $\Rightarrow -a < x < -b \text{ 或 } b < x < a$
- (6) $b \leq |x| < a$  $\Rightarrow -a < x \leq -b \text{ 或 } b \leq x < a$
- (7) $b < |x| \leq a$  $\Rightarrow -a \leq x < -b \text{ 或 } b < x \leq a$
- (8) $b \leq |x| \leq a$  $\Rightarrow -a \leq x \leq -b \text{ 或 } b \leq x \leq a$

上述結論，只要懂得利用「距離」的觀念，由原點出發，往右（正）、左（負）等距離標記端點，再看看題意的 $>$ 或 $<$ ，即可輕鬆得到結論囉！

例題 9

解絕對值不等式：

- (1) $|x| > -2$ (2) $|x| \geq 0$
(3) $|x| \leq 0$ (4) $|3x + 1| > 0$

解**類題 9**

解絕對值不等式：

- (1) $|2x - 1| > -5$ (2) $|x| > 0$
(3) $|x| < 0$ (4) $|5x + 6| \geq 0$

解**例題 10**

解絕對值不等式：

- (1) $|x| \geq 3$ (2) $|2x + 1| > 3$

解**類題 10**

解絕對值不等式：

- (1) $|x - 1| > 6$ (2) $|5x - 1| \geq 9$

解

三 民

例題 11

求下列不等式的解：

$$(1) |4x + 3| < 7 \quad (2) |4 - 3x| \leq 2$$

解**類題 11**

求下列不等式的解：

$$(1) |6x - 5| < 7 \quad (2) |3 - x| \leq 8$$

解**例題 12**

求不等式的解：

$$(1) 2 < |3x - 1| < 8 \quad (2) 2 \leq |1 - 2x| < 8$$

解**類題 12**

求不等式的解：

$$(1) 3 \leq |x + 2| \leq 10 \quad (2) 3 < |2 - x| \leq 10$$

解

第4單元 課後練習

1. 不等式 $\frac{7}{5}(x+3) - \frac{3}{2}(2x-5) \geq 9-x$ 之解為 _____ 。

2. 不等式 $-5 \leq 11 - 4x < 1$ 之解為 _____ 。

3. 若 $3x-12 \geq ax+6$ 的解為 $x \geq 9$ ，則 a 值為 _____ 。

4. 不等式 $23-5x \leq 3x+7 < 5x-8$ 之解為 _____ 。

5. $|-3x+6| > 0$ 的解為 _____ 。

6. 不等式 $|-2x-9| > 3$ 之解為 _____ 。

7. 滿足不等式 $1 \leq |x+5| < 3$ 之整數解有 _____ 個。

8. 不等式 $|5x-7| < 3$ 的解為 _____ 。

9. 令滿足不等式 $3 \leq |4x+7| \leq 7$ 之最大整數為 M ，最小整數為 m ，則 $M+m=$
_____ 。

10. 若 $P(x+5, x-1)$ 在第三象限，則 $Q(x-3, 3-x)$ 在第 _____ 象限。

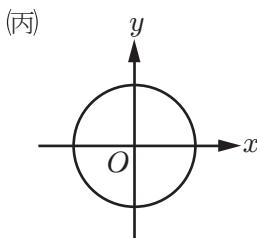
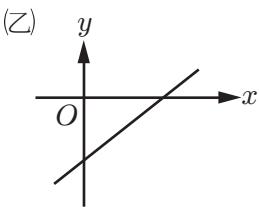
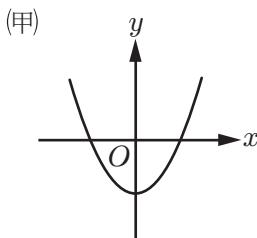
第 5 單元 函數及其圖形

主題 1 函數的概念

1. **函數**：若 x, y 為兩個變數，且對於任意一個 x 值，都恰有一個 y 值與之對應，則稱 y 是 x 的函數，記作 $y = f(x)$ 。此時， x 稱為自變數， y 稱為應變數。
2. **函數值**：已知函數 $y = f(x)$ ，則 $x = a$ 時，所對應的函數值為 $f(a)$ 。
3. **函數圖形**：給定函數 $y = f(x)$ ，把每個 x 值與其所對應的 y 值，寫成數對 (x, y) ，並在直角坐標平面上畫出其對應的點，將這些點連起來，即可得 $y = f(x)$ 的圖形。

例題 1

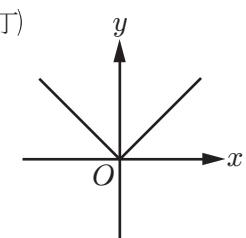
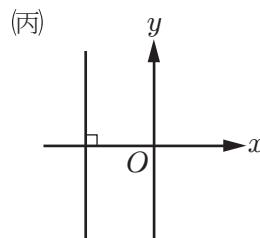
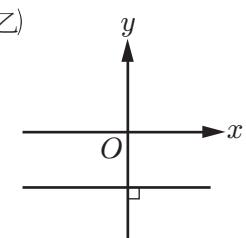
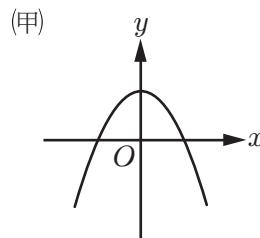
試判斷下列圖形有哪些為 $y = f(x)$ 函數圖形？



解

類題 1

試判斷下列圖形有哪些為 $y = f(x)$ 函數圖形？



解

例題 2

若函數 $f(x) = 4x^3 - 5x + 1$ ，則

(1) $f(-1) = ?$

(2) 若 $(2, k)$ 為 $f(x)$ 圖形上一點，則 k 值為何？

解**類題 2**

若函數 $f(x) = 3x^2 + 6x$ ，則

(1) $f(2) = ?$

(2) 若 $f(x)$ 圖形通過點 $(t, 0)$ ，則 $t = ?$

解**例題 3**

若函數 $y = f(x) = ax^2 + 13$ ，且

$f(2) = 9$ ，則

(1) $a = ?$

(2) 若 $f(k+1) = 12$ ，則 k 值為何？

解**類題 3**

若函數 $y = f(x) = ax + 7$ ，且

$f(2) = -11$ ，則

(1) a 值為何？

(2) $f(-1) = ?$

(3) 若 $f(k) = -20$ ，則 $k = ?$

解**主題 2 線型函數及其圖形****1. 線型函數：**

形如 $y = f(x) = ax + b$ 的函數，稱為線型函數，其圖形為一直線。其中

(1) 若 $a \neq 0$ ，則 $y = f(x) = ax + b$ 稱為一次函數，其圖形為斜直線。

(2) 若 $a = 0$ ，則 $y = f(x) = b$ 稱為常數函數，其圖形為水平線。

2. 線型函數的圖形：

線型函數的圖形為一直線，在直角坐標平面上，任取兩個對應點，並以直線連接這兩點，通常我們會取直線與 x 軸、 y 軸的交點。

例題 4

- (甲) $y = 3$ (乙) $y = 2x - 1$
 (丙) $y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{6}$ (丁) $y = 5x^2 + 2$
 (戊) $y = \frac{1}{x} + 3$

則上述何者為一次函數？何者為常數函數？何者為線型函數？

解**類題 4**

- (甲) $y = \frac{2+x}{3}$ (乙) $y = -100$
 (丙) $y = \sqrt{x} + 3$ (丁) $y = 101^2$
 (戊) $y = -6x - 100^2$

則上述何者為一次函數？何者為常數函數？何者為線型函數？

解**例題 5**

已知 $f(x)$ 為一次函數，且 $f(2) = 3$, $f(3) = 6$ ，則

- (1) $f(x)$ 為何？(2) $f(-3)$ 之值為何？

解**類題 5**

若一次函數 $f(x) = ax + b$ 的圖形通過點 $(3, 5), (4, 2)$ ，則 a, b 值各為何？

解

例題 6

已知 $f(x) = (a - 2)x^3 + (b + 1)x^2 + cx + 5$
為一次函數，且 $f(2) = 7$ ，則
 $a + b + c = ?$

解**類題 6**

已知 $g(x) = (a - 2)x^2 + 2x - 1$ 為一線型函數，則
(1) $a = ?$
(2) $g(3) = ?$

解**例題 7**

已知一線型函數 $f(x)$ 過點 $(2, 6)$,
 $(-3, 6)$ ，則 $f(5) = ?$

解**類題 7**

已知 $f(x)$ 為常數函數，且 $f(5) = 100$ ，
則(1) $f(x) = ?$ (2) $f(-3) = ?$

解

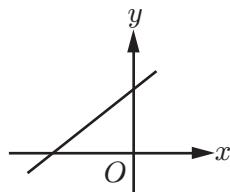
例題 8

已知一次函數 $y = f(x) = 6x + 3$ ，則

- (1) $f(x)$ 與兩軸的交點坐標為何？
- (2) $f(x)$ 圖形與兩軸所形成三角形面積為何？

解**例題 9**

右圖為一次函數 $y = f(x) = ax + b$ 的圖形，則 a, b 的正負關係為何？

解**類題 8**

已知一次函數 $y = f(x) = 2x + b$ 的圖形與 x 軸交於 $(4, 0)$ ，則

- (1) $b = ?$
- (2) $f(x)$ 與兩軸所形成三角形面積為何？

解**類題 9**

若線型函數 $y = f(x) = ax + b$ ，且 $a \neq 0, b \neq 0$ ，其圖形不通過第一象限，則 a, b 正負關係為何？

解

例題 10

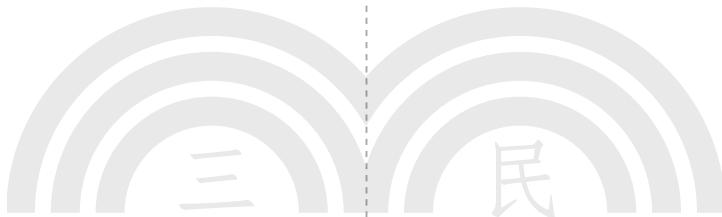
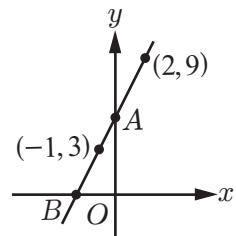
若 $f(x)$ 為一線型函數，且圖形通過 $(3, 5), (0, -4)$ ，試求：

- (1) $f(x)$ 為何？
- (2) 若 $(2, k)$ 在此線型函數圖形上，則 $k = ?$
- (3) 此圖形不通過哪一象限？

解**類題 10**

若 $y = f(x)$ 為一線型函數，且圖形如右，試求：

- (1) $f(x)$ 為何？
- (2) B 點坐標。
- (3) $\triangle ABO$ 面積。

解

主題 3 二次函數及其圖形

1. 二次函數：形如 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中 $a \neq 0$ 的函數即為二次函數。

2. 二次函數 $y = ax^2$ 圖形的平移 ($a \neq 0$)：

(1) $y = ax^2$ 圖形為一拋物線。

(i) 若 $a > 0$ ，圖形開口向上；

若 $a < 0$ ，圖形開口向下。

(ii) 拱形線的頂點 $(0, 0)$ ，對稱軸方
程式 $x = 0$ (即 y 軸)。

(2) 若將 $y = ax^2$ 圖形向右平移 h 單位，

向上平移 k 單位，則頂點由 $(0, 0)$ 平移至 (h, k) ，對稱軸為 $x = h$ ，此時二次
函數為 $y = a(x - h)^2 + k$ 。

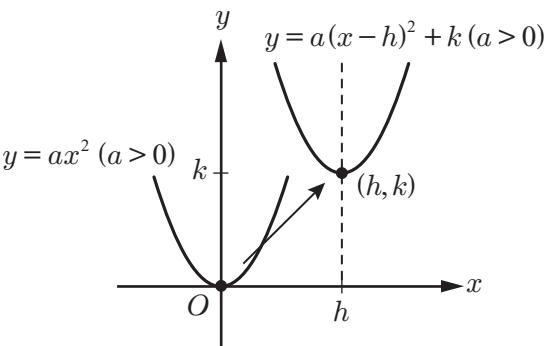
(3) $y = ax^2$ 與 $y = a(x - h)^2 + k$ 圖形的開口、大小皆相同，且 $|a|$ 愈大時，開口愈
小。

3. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 與 $y = a(x - h)^2 + k$ 的圖形 ($a \neq 0$)：

利用配方法 $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$= a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

即形如 $y = a(x - h)^2 + k$ ，可知



類型	$a > 0$	$a < 0$
圖形		
頂點 V	$V(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ ，即 (h, k)	$V(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ ，即 (h, k)
極值	$x = -\frac{b}{2a}$ 時， y 有最小值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$	$x = -\frac{b}{2a}$ 時， y 有最大值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$
對稱軸	$x = -\frac{b}{2a}$ ，即 $x = h$	$x = -\frac{b}{2a}$ ，即 $x = h$

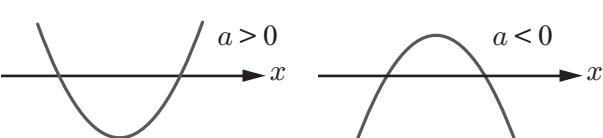
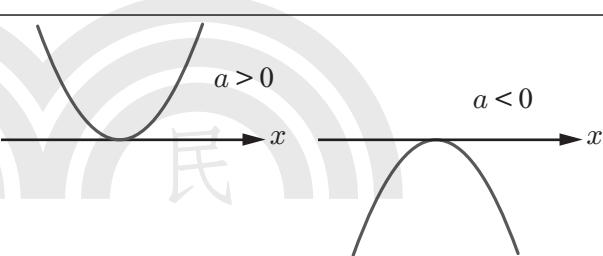
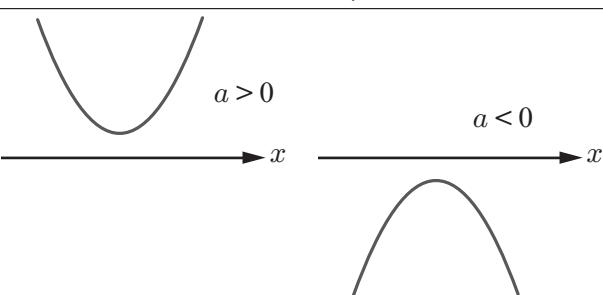
4.由圖形判別 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 之 a , b , c 及 b^2-4ac 的正負：

(1)由圖形開口方向，若開口向上，則 $a>0$ ，反之，開口向下，則 $a<0$ 。

(2)由頂點坐標之 $x=-\frac{b}{2a}$ ，若頂點在 x 軸正向，則 $-\frac{b}{2a}>0$ ，反之，在 x 軸負向，則 $-\frac{b}{2a}<0$ 。

(3)由拋物線與 y 軸交點 $(0, c)$ ，若在 y 軸正向，則 $c>0$ ，反之，在 y 軸負向，則 $c<0$ 。

(4) $y=ax^2+bx+c$ 與 x 軸 ($y=0$) 相交時，即求 $ax^2+bx+c=0$ 之解 x ，故

(i)	$b^2-4ac>0$	有 2 相異實根， 即與 x 軸有 2 相異 交點，且交點為 $(\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}, 0)$	
(ii)	$b^2-4ac=0$	有 2 相同實根， 即與 x 軸有 1 個交 點，且交點為 $(-\frac{b}{2a}, 0)$	
(iii)	$b^2-4ac<0$	沒有實根， 即與 x 軸沒有交點	

例題 11

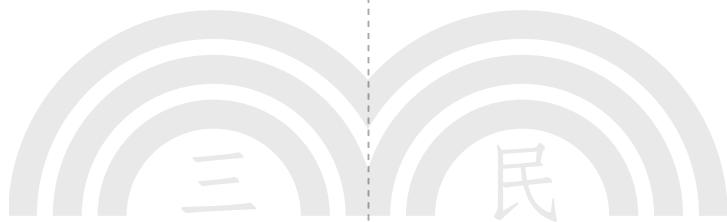
已知二次函數 $y = -2x^2 + 8x - 8$ ，試求此圖形之

- (1) 開口方向
- (2) 頂點坐標
- (3) 最小值或最大值
- (4) 對稱軸方程式
- (5) 與 x 軸交點坐標
- (6) 與 y 軸交點坐標

解**類題 11**

已知二次函數 $y = 3x^2 - 6x - 45$ ，試求此圖形之

- (1) 開口方向
- (2) 頂點坐標
- (3) 最小值或最大值
- (4) 對稱軸方程式
- (5) 與 x 軸交點坐標
- (6) 與 y 軸交點坐標

解

例題 12

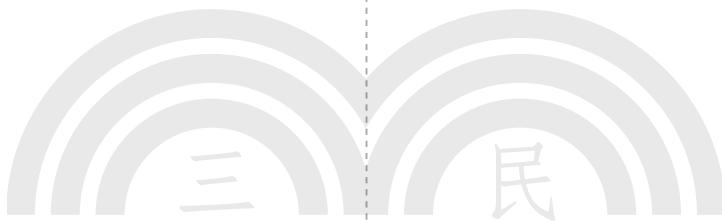
已知二次函數 $y = 2x^2 - 2x + 1$ ，試求：

- (1)最大值或最小值為何？
- (2)當 $-1 \leq x \leq 1$ 時，其最大值、最小值各為何？
- (3)當 $4 \leq x \leq 6$ 時，其最大值、最小值各為何？

解**類題 12**

已知二次函數 $y = -x^2 + 4x + 3$ ，試求：

- (1)最大值或最小值為何？
- (2)當 $1 \leq x \leq 4$ 時，其最大值、最小值各為何？
- (3)當 $0 \leq x \leq 1$ 時，其最大值、最小值各為何？

解

例題 13

若將 $y=2x^2+4x-5$ 圖形向右平移 2 單位、向下平移 3 單位，則新圖形所對應的二次函數為何？

解**類題 13**

若將 $y=x^2+6x-3$ 右移 m 單位、上移 n 單位，可得 $y=x^2-12x+9$ ，則數對 $(m, n)=?$



觀察二函數頂點坐標可得

解**例題 14**

已知二次函數 $f(x)=7x^2+bx+c$ 在 $x=3$ 時，有最小值 40，試求 b, c 各值。

解**類題 14**

已知二次函數 $y=-3x^2+bx+c$ 之頂點為 $(-2, 5)$ ，則 $b+c=?$

解

例題 15**類題 15**

試求滿足下列條件之二次函數：

- (1) 已知頂點 $(0, -1)$ ，且過 $(5, 3)$
- (2) 圖形通過 $(-1, 3), (5, 3)$ 及 $(-2, 10)$

解

試求滿足下列條件之二次函數：

- (1) 已知最高點 $(-3, 2)$ ，且過 $(-1, -6)$
- (2) 圖形對稱於 $x + 3 = 0$ ，且過 $(-1, 7), (0, 22)$

解

例題 16

試判斷下列二次函數與 x 軸交點個數：

$$(1) y = 3x^2 + 5x - 1 \quad (2) y = x^2 - x + 6$$

$$(3) y = 5x^2 \quad (4) y = 2(x - 3)^2 + 1$$

 ①若二次函數未配方，可用
 $b^2 - 4ac$

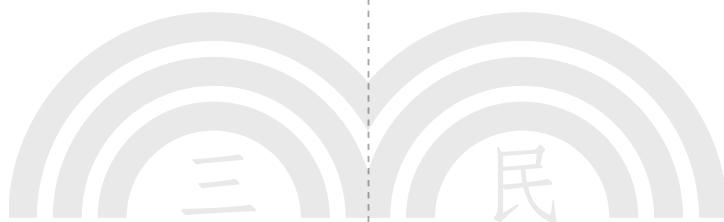
②若二次函數已配方，可看頂
 點位置與開口

解**類題 16**

試判斷下列二次函數與 x 軸交點個數：

$$(1) y = -2x^2 + x - 6 \quad (2) y = x^2 + 10x - 5$$

$$(3) y = \frac{2}{3}x^2 + 1 \quad (4) y = -6(x + 2)^2 - 9$$

解

例題 17

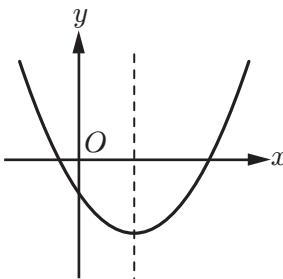
已知二次函數
 $y = ax^2 + bx + c$
 的圖形如右，則

(1) $a \underline{\quad} 0$

(2) $b \underline{\quad} 0$

(3) $c \underline{\quad} 0$

(4) $b^2 - 4ac \underline{\quad} 0$ (請填入 $>$, $<$ 或 $=$)

**類題 17**

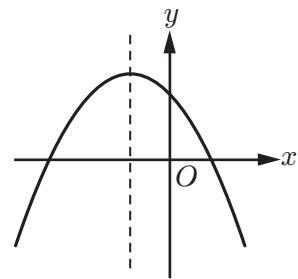
已知二次函數
 $y = ax^2 + bx + c$
 的圖形如右，則

(1) $a \underline{\quad} 0$

(2) $b \underline{\quad} 0$

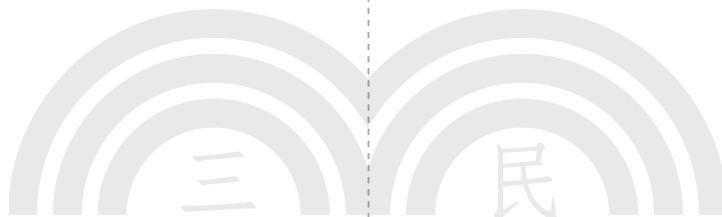
(3) $c \underline{\quad} 0$

(4) $b^2 - 4ac \underline{\quad} 0$ (請填入 $>$, $<$ 或 $=$)



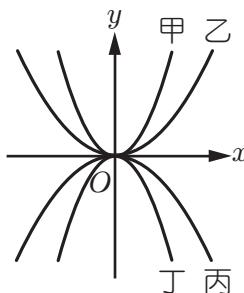
解

解

**例題 18**

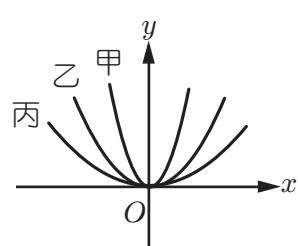
已知 $y = 6x^2$, $y = 2x^2$,
 $y = -6x^2$, $y = -2x^2$ 四
 個二次函數欲標記在
 右圖之甲、乙、丙、
 丁上，請問甲、乙、
 丙、丁所代表的函數各為何？

解

**類題 18**

若甲： $y = ax^2$ 、
 乙： $y = bx^2$ 、
 丙： $y = cx^2$ 的
 圖形如右，則
 a, b, c 之大小
 為何？

解



例題 19

設 $y = 2x^2 - 8x - 24$ 之頂點為 V ，並與 x 軸交於 A, B 兩點，則 $\triangle ABV$ 面積為何？

解**類題 19**

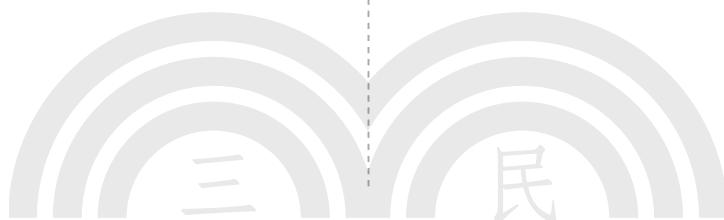
設 $y = -x^2 - 4x + 12$ 之頂點為 V ，並與 x 軸交於 A, B 兩點，則 $\triangle ABV$ 面積為何？

解**例題 20**

菜農用 40 公尺長的籬笆沿著牆邊圍成一長方形的菜園，若把牆壁當成長方形的一邊不用籬笆，則菜園的最大面積為何？

解**類題 20**

若一長方形周長 40 公尺，則面積最大為何？

解

第 5 單元 課後練習

1. 已知函數 $f(x) = ax + b$ 通過 $(2, -3)$ ，且圖形垂直 y 軸，則

$$f(1) + f(2) + \cdots + f(5) = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

2. 若 $a > 0, b < 0$ ，則函數 $g(x) = ax + b$ 的圖形不通過第 象限。

3. 已知兩函數 $y = f(x) = 6x + a$ 與 $y = g(x) = ax + k$ 相交於 $(2, -6)$ ，則 $a + k =$

$$\underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

4. 二次函數 $y = -3x^2 + 12x - 6$ 的頂點坐標為 。

5. 已知二次函數 $y = 3x^2 - 6x + 3$ 在 $-2 \leq x \leq 0$ 時之最大值為 M ，最小值為 m ，則

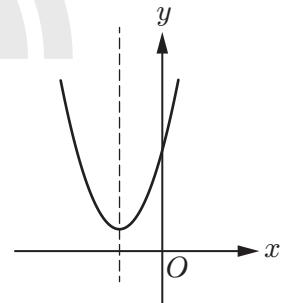
$$M + m = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

6. 已知 $f(x)$ 為二次函數，且對稱軸為 $x + 2 = 0$ ，又過點 $(-1, 3), (0, 12)$ ，則二次函數 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$

7. 若二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的頂點在 $(-2, -3)$ ，且過 $(0, -11)$ ，則 $a + b + c = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$

8. 將二次函數 $y = 2(x + 3)^2 - 19$ 的圖形向右平移 4 單位，向上平移 9 單位，則新圖形對應的二次函數為 $\underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$

9. 若 $y = ax^2 + bx + c$ 之圖形如下，則下列有 個項目的值為正？
 (甲) a (乙) b (丙) c (丁) $b^2 - 4ac$ (戊) $f(1)$



10. 已知二次函數 $f(x) = 2x^2 - 7x - 4$ 與 x 軸交於 A, B 兩點，並與 y 軸交於 C 點，則 $\triangle ABC$ 面積為 $\underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$

第1單元

指數與根式的運算

例題 1 (1) 5 (2) 10 (3) -4

類題 1 (1) 2; 3 (2) 2; 6 (3) 1

例題 2 (1) 0 (2) -250

類題 2 (1) 0 (2) -2

例題 3 (1) $\frac{82}{9}$ (2) 0

類題 3 (1) $\frac{65}{8}$ (2) 0

例題 4 (1) 5 (2) -1 (3) 5 (4) 12

類題 4 (1) 3 (2) 2 (3) 3 (4) 9

例題 5 (1) 4 (2) 7

類題 5 (1) 1 (2) 10

例題 6 (1) $27^3 < 3^{11} < 9^6$

$$(2) 4^8 = 16^4 < 8^6$$

類題 6 (1) $2^{20} < 4^{15} = 8^{10}$

$$(2) 9^{0.2} < 3^{0.5} < 27^{0.3}$$

例題 7 (1) $0.3^{10} < 1.3^{10} < 2.3^{10}$

$$(2) 5^4 < 2^{12} < 3^8$$

類題 7 (1) $0.3^6 < 1 < 1.3^6$

$$(2) 4^{10} < 2^{30} < 3^{20}$$

例題 8 (1) 1.23×10^6

$$(2) 4.25 \times 10^{-3}$$

$$(3) 1.3 \times 10^3$$

$$(4) 1.6 \times 10^{-3}$$

類題 8 (1) 1.25×10^5

$$(2) 3.9 \times 10^{-6}$$

$$(3) 9 \times 10^{-4}$$

例題 9 (1) 92000 (2) 5 (3) 14

類題 9 (1) 120000 (2) 6 (3) 8

例題 10 (1) 0.00092 (2) 4 (3) 11

類題 10 (1) 0.00000012 (2) 7

$$(3) 13$$

例題 11 (1) ± 8 ; 4

$$(2) (1) 8 \quad (2) -8 \quad (3) 4$$

$$(4) -4 \quad (5) -4 \quad (6) 4$$

類題 11 (1) ± 13 (2) -5 (3) 5

例題 12 (1) $27\sqrt{3}$

$$(2) 6\sqrt{2}$$

$$(3) 140\sqrt{7}$$

類題 12 (1) $6\sqrt{6}$

$$(2) 3\sqrt{3}$$

$$(3) 63\sqrt{3}$$

例題 13 (1) $8\sqrt{3} - 8$

$$(2) 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$$

類題 13 (1) 0 (2) $5\sqrt{3} + 7$

例題 14 (1) 35 (2) 2 (3) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

類題 14 (1) 12 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\frac{2}{5}$

例題 15 (1) 0 (2) $4\sqrt[3]{2}$ (3) - $\frac{5}{2}$

類題 15 (1) 2 (2) 0 (3) -1

例題 16 (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (2) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

類題 16 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$

例題 17 $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

類題 17 $2\sqrt{3}$

例題 18

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{6} + \sqrt{2} > \sqrt{7} + 1$$

類題 18

$$2 + \sqrt{8} > 3 + \sqrt{3} > 1 + \sqrt{11}$$

第1單元 課後練習

$$1. 17 \quad 2. \frac{1}{36} \quad 3. 19 \quad 4. 9$$

$$5. > \quad 6. 5 \quad 7. \frac{7}{2}\sqrt{2} \quad 8. <$$

$$9. \sqrt{6} - 2 \quad 10. 0$$

第2單元

多項式

例題 1 (1) $ab - 3a + 2b - 6$

$$(2) 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$(3) 17 + 4\sqrt{15}$$

$$(4) b^2 - 45$$

類題 1 (1) $xy + 6x - 5y - 30$

$$(2) a^2 + 4ab + 4b^2$$

$$(3) 34 - 24\sqrt{2}$$

$$(4) 89$$

例題 2 ± 8

類題 2 66

例題 3 ± 7

類題 3 $\frac{3}{2}$

例題 4 6

類題 4 8

例題 5 (1) $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$ (2) $\frac{7}{x^2}$

類題 5 (1) $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$ (2) $\frac{17}{4}$

例題 6 (1) 214 (2) $\sqrt[3]{2} - 1$

類題 6 (1) 128 (2) $\frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{6}$

例題 7 (A)

類題 7 (A)

例題 8 (1) -7; 0 (2) -5

$$(3) 6 \quad (4) 5$$

類題 8 (1) 100; 0 (2) 0

$$(3) 101 \quad (4) 4$$

例題 9 $a = 0; b = -2$

類題 9 2

例題 10 (1) $4x^2 - x - 3$

$$(2) 33x^2 - 33x - 12$$

$$(3) 45x^2 - 48x + 29$$

$$(4) 25x^2 - 16$$

- 類題 10**
- (1) $15x^2 - 12x + 28$
 - (2) $-x^2 + 10x - 6$
 - (3) $27x^2 - 72x + 21$
 - (4) $1 - 16x^2$

- 例題 11** $x^2 - 8x + 12; -26$

- 類題 11** $3x - 1; 7x$

- 例題 12** $3x^3 + 4x^2 + 30x + 45$

- 類題 12** 13

- 例題 13** 4; -1

- 類題 13** $x + 5$

- 例題 14** (1) $-x(5x - 1)$

$$(2) (a+b)(a+b-1)$$

$$(3) 2(4x-7)(x-5)$$

- 類題 14** (1) $2y^2(3y - 1)$

$$(2) (3x+1)(9x+1)$$

$$(3) -2(5x-1)(x+3)$$

- 例題 15** (1) $(x+9)(x-9)$

$$(2) (2a-5)^2$$

$$(3) (x-1)^2$$

- 類題 15** (1) $(y+11)(y-11)$

$$(2) (y-8)^2$$

$$(3) (x-9)^2$$

- 例題 16** (1) $(x-2)(x-3)$

$$(2) (2x+1)(3x-2)$$

$$(3) (x+9)(x+2)(x-2)$$

- 類題 16** (1) $(x+7)(x-4)$

$$(2) (5x-3)(3x+2)$$

$$(3) (x-2)(3x^2 + 1)$$

第 2 單元 課後練習

1. -1 2. -56

3. $10x^2 + 19x - 21$ 4. $-x - 9$

5. 15 6. ± 1 7. -28 8. 9

9. $x(x-4)(x+3)$ 10. 19

第 3 單元 方程式

- 例題 1** (1) 3 (2) $\frac{1}{4}$

- 類題 1** (1) 2 (2) 1

- 例題 2** (1) $-\frac{16}{3}$ (2) -2

- 類題 2** (1) -24 (2) $\frac{5}{2}$

- 例題 3** (1) 無解 (2) 任意實數

- 類題 3** (1) 無解 (2) 任意實數

- 例題 4** (1) 0 (2) ± 3 (3) 無解

- 類題 4** (1) ± 2.99 (2) 無解

- 例題 5** (1) 5 或 -3

(2) 1 或 -4

(3) $\frac{7}{3}$

(4) 無解

- 類題 5** (1) 3 或 -7

(2) 3 或 $-\frac{7}{3}$

(3) $\frac{6}{5}$

(4) 無解

- 例題 6** (1) $a = \frac{1}{3}; b = -\frac{5}{2}$

(2) $a = -\frac{1}{5}; b = 2$

- 類題 6** (1) $a = -3; b = \frac{2}{3}$

(2) $-\frac{3}{2}$

- 例題 7** (1) $a = -5; b = 7$

(2) $a = 2$ 或 0; $b = 12$

- 類題 7** (1) -1 (2) 7 或 5

- 例題 8** $3x + 4$

- 類題 8** 6

- 例題 9** (1) $\pm \frac{\sqrt{30}}{5}$ (2) 無實根

- 類題 9** (1) $\pm \sqrt{7}$ (2) 3

- 例題 10** (1) 0 或 2

(2) 0 或 $\frac{6}{5}$

(3) $-\frac{1}{6}$ 或 1

(4) 1 或 -5

- 類題 10** (1) $-\frac{1}{3}$ 或 1

(2) 0 或 $\frac{5}{3}$

(3) $\frac{2}{3}$ 或 $-\frac{1}{4}$

(4) $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{8}{5}$

- 例題 11** (1) $(x-3)^2 - 6$

(2) $3(x-1)^2 - 2$

(3) $-2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{7}{8}$

- 類題 11** (1) $(x+4)^2 - 21$

(2) $\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{5}{2}$

(3) $-3(x-2)^2 + 13$

- 例題 12** $\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}$

- 類題 12** $2 \pm \frac{\sqrt{57}}{3}$

- 例題 13** (1) $\frac{5 \pm \sqrt{19}}{2}$

(2) $\frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

- 類題 13** (1) $\frac{6 \pm \sqrt{57}}{3}$

(2) $-\frac{7}{2}$ 或 3

- 例題 14** (1) 無實根

(2) 3

(3) -2 或 $\frac{1}{5}$

- 類題 14** (1) 無實根

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $-\frac{4}{3}$ 或 -2

例題 15 $m \geq -1$

類題 15 ± 6

例題 16 $\frac{5}{9}$

類題 16 14

例題 17 (1) $-\frac{3}{2}$ (2) -2 (3) $\frac{3}{2}$

類題 17 (1) 5 (2) -2 (3) $-\frac{5}{2}$

例題 18 16

類題 18 19

第 3 單元 課後練習

1. 2 2. 36 3. $-\frac{3}{2}$

4. $-\frac{2}{5}$ 或 -2 5. 0 或 $\frac{12}{5}$

6. $-\frac{4}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$ 7. $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{6}$

8. -6 9. $\frac{25}{7}$ 10. 45

第 4 單元 不等式

例題 1 (1) $x > -\frac{8}{7}$ (2) $x \leq 1$

類題 1 (1) $x \geq \frac{8}{5}$ (2) $x > -\frac{4}{3}$

例題 2 (1) $x \geq 4$ (2) $x > -18$

類題 2 (1) $x > -2$ (2) $x > -8$

例題 3 $x \leq \frac{37}{2}$

類題 3 $x \leq \frac{23}{5}$

例題 4 (1) $1 < x < \frac{12}{5}$

(2) $-\frac{5}{4} < x \leq 4$

(3) 無解

類題 4 (1) $0 \leq x < \frac{5}{3}$

(2) $\frac{5}{2} < x < 25$

(3) $-2 \leq x \leq -\frac{1}{3}$

例題 5 0

類題 5 7

例題 6 $-13 < y \leq -4$

類題 6 $2 < y < \frac{19}{2}$

例題 7 四

類題 7 四

例題 8 $-6 < a < 2$

類題 8 $a > 7$

例題 9 (1) 任意實數

(2) 任意實數

(3) $x = 0$

(4) $x \neq -\frac{1}{3}$

類題 9 (1) 任意實數

(2) $x \neq 0$

(3) 無解

(4) 任意實數

例題 10 (1) $x \leq -3$ 或 $x \geq 3$

(2) $x < -2$ 或 $x > 1$

類題 10 (1) $x < -5$ 或 $x > 7$

(2) $x \leq -\frac{8}{5}$ 或 $x \geq 2$

例題 11 (1) $-\frac{5}{2} < x < 1$

(2) $\frac{2}{3} \leq x \leq 2$

類題 11 (1) $-\frac{1}{3} < x < 2$

(2) $-5 \leq x \leq 11$

例題 12

(1) $-\frac{7}{3} < x < -\frac{1}{3}$ 或 $1 < x < 3$

(2) $\frac{3}{2} \leq x < \frac{9}{2}$ 或 $-\frac{7}{2} < x \leq -\frac{1}{2}$

類題 12

(1) $-12 \leq x \leq -5$ 或 $1 \leq x \leq 8$

(2) $5 < x \leq 12$ 或 $-8 \leq x < -1$

第 4 單元 課後練習

1. $x \leq \frac{9}{2}$ 2. $\frac{5}{2} < x \leq 4$ 3. 1

4. $x > \frac{15}{2}$ 5. $x \neq 2$ 之任意實數

6. $x > -3$ 或 $x < -6$ 7. 4

8. $\frac{4}{5} < x < 2$ 9. -3 10. 二

第 5 單元

函數及其圖形

例題 1 (甲)(乙)

類題 1 (甲)(乙)(丁)

例題 2 (1) 2 (2) 23

類題 2 (1) 24 (2) 0 或 -2

例題 3 (1) -1 (2) 0 或 -2

類題 3 (1) -9 (2) 16 (3) 3

例題 4 一次函數：(乙)(丙)

常數函數：(甲)

線型函數：(甲)(乙)(丙)

類題 4 一次函數：(甲)(戊)

常數函數：(乙)(丁)

線型函數：(甲)(乙)(丁)(戊)

例題 5 (1) $3x - 3$ (2) -12

類題 5 $a = -3$; $b = 14$

例題 6 2

類題 6 (1) 2 (2) 5

例題 7 6

類題 7 (1) 100 (2) 100

例題 8 (1) $(-\frac{1}{2}, 0), (0, 3)$

(2) $\frac{3}{4}$

類題 8 (1) -8 (2) 16

例題 9 $a > 0$; $b > 0$

類題 9 $a < 0$; $b < 0$

例題 10 (1) $3x - 4$ (2) 2 (3) 二

類題 10 (1) $2x + 5$

$$(2) \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$$

$$(3) \frac{25}{4}$$

例題 11 (1) 下

$$(2) (2, 0)$$

(3) 最大值 0

$$(4) x = 2$$

$$(5) (2, 0)$$

$$(6) (0, -8)$$

類題 11 (1) 上

$$(2) (1, -48)$$

(3) 最小值 -48

$$(4) x = 1$$

$$(5) (5, 0), (-3, 0)$$

$$(6) (0, -45)$$

例題 12 (1) 最小值 $\frac{1}{2}$

$$(2) \text{最小值 } \frac{1}{2};$$

最大值 5

$$(3) \text{最小值 } 25;$$

最大值 61

類題 12 (1) 最大值 7

(2) 最大值 7; 最小值 3

(3) 最大值 6; 最小值 3

例題 13 $y = 2(x - 1)^2 - 10$

類題 13 $(9, -15)$

例題 14 $b = -42, c = 103$

類題 14 -19

例題 15 (1) $y = \frac{4}{25}x^2 - 1$

$$(2) y = (x - 2)^2 - 6$$

類題 15 (1) $y = -2(x + 3)^2 + 2$

$$(2) y = 3(x + 3)^2 - 5$$

例題 16 (1) 2 (2) 0 (3) 1 (4) 0

類題 16 (1) 0 (2) 2 (3) 0 (4) 0

例題 17 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$

類題 17 (1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $>$

例題 18 甲： $y = 6x^2$

$$\text{乙} : y = 2x^2$$

$$\text{丙} : y = -2x^2$$

$$\text{丁} : y = -6x^2$$

類題 18 $a > b > c$

例題 19 128

類題 19 64

例題 20 200

類題 20 100

第 5 單元 課後練習

$$1. -15 \quad 2. \text{二} \quad 3. 12 \quad 4. (2, 6)$$

$$5. 30 \quad 6. 3(x + 2)^2 \quad 7. -21$$

$$8. y = 2(x - 1)^2 - 10 \quad 9. 4 \quad 10. 9$$