

參考答案

題型	題號	畫卡	題型	題號	畫卡
單選 每題 4 分 不倒扣 共 16 分	1	5	$H \frac{28}{9}$	29	2
	2	2		30	8
	3	3		31	9
	4	1		32	1
多選 8-5-2-0-0 共 24 分	5	2345	$I \frac{17}{6}$	33	7
	6	234		34	6
	7	1235		35	1
<u>A(-2,10)</u>	8	-	<u>J(14,-6)</u>	36	4
	9	2		37	-
	10	1		38	6
	11	0		39	-
$B \frac{90}{41}$	12	9	$K \frac{-5}{13}$	40	5
	13	0		41	1
	14	4		42	3
	15	1		43	6
$C \frac{5}{8}$	16	5	$L \frac{64-16\sqrt{3}}{3}$	44	4
	17	8		45	-
$D \frac{21}{5}$	18	2		46	1
	19	1		47	6
	20	5	單選：每題 4 分，共 16 分 多選：每題 8 分，共 24 分 8-5-2-0-2 選填：每題 5 分，共 60 分 合計 100 分		
<u>E</u> 50 $\sqrt{5}$	21	5			
	22	0			
	23	5			
<u>F(5,-3)</u>	24	5			
	25	-			
	26	3			
<u>G</u> 3 $\sqrt{5}$	27	3			
	28	5			

國立台灣師大附中 110 學年度第一學期高二數學 3B(普通班)期末考參考答案

二年 班 號姓名：

第壹部分：選擇題(單一選擇題、多重選擇題、選填題，共計 83 分。用 2B 鉛筆劃記在答案卡相對應的位置)

一、單一選擇題(每題 3 分，共 9 分)

1.	2.	3.	4.
4	5	4	3

二、多重選擇題(每題 6 分，共 24 分，答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 2 分，

答錯三個或三個以上選項及未作答者不給分)

5.	6.	7.	8.
125	25	235	1245

三、選填題(共 10 格，答案為化成最簡分數的形式，每格完全答對得 5 分，未完全答對及未作答不給分，合計 50 分)

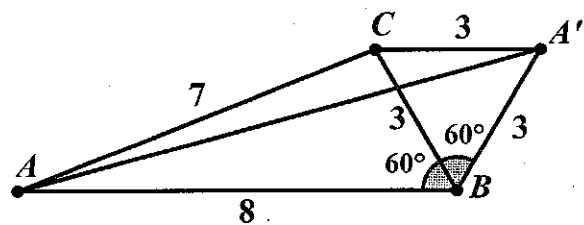
題號	A.(1)				A.(2)		B.			C.			
答案	$\frac{-11}{2}$				$\sqrt{46}$		$\frac{\sqrt{37}}{2}$			$(\frac{-2}{5}, \frac{19}{5})$			
劃卡	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯	⑰	⑱	⑲	⑳	㉑
	—	1	1	2	4	6	3	7	2	—	2	1	9
題號	D.(1)				D.(2)		E.			F.			
答案	$\frac{-2}{5}$				6		100			$6\sqrt{3}$			
劃卡	㉒	㉓	㉔	㉕		㉖	㉗	㉘	㉙	㉚	㉛		
	—	2	5	6		1	0	0	6	3			
題號	G.				H		I.			J.			
答案	6				$\frac{3\sqrt{13}}{13}$		$4+4\sqrt{2}$			$(\frac{3}{13}, \frac{8}{13})$			
劃卡	①				②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
	6				3	1	3	1	3	4	4	2	3

第壹部分：選擇題(單選 4 分/題；多選 8, 5, 2 分/題；選填 5 分/題)

題號	答案	題號	答案	題號	答案				
一、單選題		三、選填題							
1.	2	A.	$\frac{90}{41}$	⑥	9	F.	$3\sqrt{5}$	㉑	3
2.	3			⑦	0			㉒	5
3.	1			⑧	4	G.	$\frac{28}{9}$	㉓	2
二、多選題				⑨	1			㉔	8
4.	234	B.	$\frac{5}{8}$	⑩	5	H.	$\frac{17}{6}$	㉕	9
5.	1235			⑪	8			㉖	1
		C.	$\frac{21}{5}$	⑫	2			㉗	7
				⑬	1	㉘	6		
				⑭	5	I.	$(14, -6)$	㉙	1
		D.	$50\sqrt{5}$	⑮	5			㉚	4
				⑯	0			㉛	-
				⑰	5	㉜	6		
		E.	$(5, -3)$	⑱	5	J.	$\frac{64-16\sqrt{3}}{3}$	㉝	6
				⑲	-			㉞	4
				⑳	3			㉟	-
				㊱	1				
				㊲	6				

第二部分：混合與非選題(占 22 分)(二、E.F 為加分題，可以不答，總分超過 100 分者以 100 分計算)

題號	說明：證明與計算題必須寫出過程，否則將酌予扣分甚至零分。填充與選擇請勿寫出過程。作答務必使用筆尖較粗之藍色或黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。
一、A.	答：$\frac{-3}{8}$(5 分) 解：$\triangle I_A BC : \triangle I_A CA : \triangle I_A AB = \overline{BC} : \overline{CA} : \overline{AB} = 3 : 7 : 8$， 設 $I_A A$ 交 $\overline{BC}$ 於 G，則 $\overline{BG} : \overline{CG} = \overline{AB} : \overline{AC} = 8 : 7$，且 $\overline{AI_A} : \overline{GI_A} = (\triangle I_A CA + \triangle I_A AB) : \triangle I_A BC = 5 : 1$， 故 $\overline{AI_A} = \frac{5}{4} \overline{AG} = \frac{5}{4} (\frac{7}{15} \overline{AB} + \frac{8}{15} \overline{AC}) = \frac{7}{12} \overline{AB} + \frac{8}{12} \overline{AC} \Rightarrow \overline{MI_A} - \overline{MA} = \frac{7}{12} (\overline{MB} - \overline{MA}) + \frac{8}{12} (\overline{MC} - \overline{MA})$， 整理得 $\Rightarrow \overline{MI_A} = \frac{-1}{4} \overline{MA} + \frac{7}{12} \overline{MB} + \frac{2}{3} \overline{MC}$，故 $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{-1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{-3}{8}$。
一、B.	答：$\frac{41}{8}$(5 分) 解：令 $\overline{AF} = x$，則 $\overline{BF} = 8 - x$，依題意有 $\overline{CE}^2 + \overline{AF}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{BF}^2 + \overline{CD}^2$ $\Rightarrow 2^2 + x^2 + 2^2 = 5^2 + (8 - x)^2 + 1^2$，解得 $x = \frac{41}{8}$。
一、C.	答：$\sqrt{97}$。 解：$7^2 = 8^2 + 3^2 - 2 \times 8 \times 3 \cos B$，解得 $\angle B = 60^\circ$， 以 $\overline{BC}$ 為一邊向外做正三角形 $A'BC$，則所求為 $\overline{AA'} = \sqrt{3^2 + 8^2 - 2 \times 3 \times 8 \times \cos 120^\circ} = \sqrt{97}$。



證：作外接圓直徑 $\overline{CP}$ ，則 $\overline{PB} \perp \overline{BC}$ ，又直線 $AH \perp \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AH} \parallel \overline{BP}$ ，

同理 $\overline{BH} \parallel \overline{AP}$ ，故 $APBH$ 為平行四邊形，如此有 $\overline{AH} = \overline{BP}$ 。……(2分)

取 D 為 $\overline{BC}$ 中點，結合 O 為 $\overline{CP}$ 中點知 $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BP}$ 且 $\overline{OD} \parallel \overline{BP} \dots (1 \text{ 分})$

結合上述知 $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{AH}$ 且 $\overline{OD} \parallel \overline{AH} \cdots \cdots (1 \text{ 分})$

這樣有 $\angle ODG = \angle HAG$ ，又 $\frac{\overline{OD}}{\overline{AH}} = \frac{1}{2} = \frac{\overline{GD}}{\overline{GA}}$ ，

所以 $\triangle ODG \sim \triangle HAG$ (SAS 相似)。……(1 分)

$\frac{\overline{GH}}{\overline{GO}} = \frac{\overline{GA}}{\overline{GD}} = 2$ 且 $\angle OGD = \angle HGA$ ，故得 $O、G、H$ 共線且 $\overline{GH} = 2\overline{GO}$ 。……(2分)

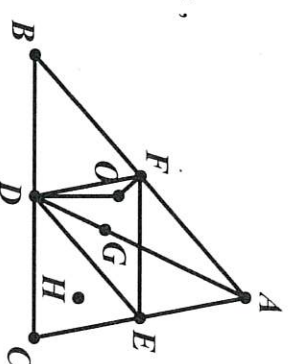
D.

證：如圖，作中點三角形 DEF ，由 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 與 $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ 知直線 $\overline{OD} \perp \overline{EF}$ ，

同理有直線 $OF \perp DE$ ，故 O 為 $\triangle DEF$ 垂心。……(3 分)

又 $AEDF$ 為平行四邊形，對角線互相平分，所以 $\triangle DEF$ 中 $\overline{EF}$ 的中線過 G ，同理中 $\overline{DE}$ 的中線過 G ，故 G 為 $\triangle DEF$ 重心。……(2 分)

而由重心性質，以 G 為中心，將 $\triangle DEF$ 旋轉 180° 再放大兩倍後將與 $\triangle ABC$ 重合，於是 $\triangle DEF$ 的垂心 O 也被旋轉 180° 再放大兩倍後與 $\triangle ABC$ 的垂心 H 重合，故 O 、 G 、 H 共線且 $\overline{GH} = 2\overline{GO}$ 。……(2 分)



答: (10, 19) …… (6 分)

解：調整法向量長度相等且 x 分量皆非負，並依 y 分量大小排列得

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 5x + 10y = 10a - 5b \\ 11x + 2y = b \\ 10x - 5y = 5a \end{cases}, \text{ 相鄰方程式相加得 } \begin{cases} 16x + 12y = 10a - 4b \\ 21x - 3y = b + 5a \end{cases}, \text{ 此即兩條內角平分線，內心 } I(3, -2) \text{ 代} \\ & \text{入得 } \begin{cases} 24 = 10a - 4b \\ 69 = b + 5a \end{cases}, \text{ 解得 } (a, b) = (10, 19)。 \end{aligned}$$

١٢٠

答: $(y-x)\cos\frac{\alpha}{2}$ 。

解: 如圖, 將 $\overline{MN}$ 平移至 $\overline{MB}$, 則 $\overline{MM'} = \overline{NB} = \overline{MA}$, 又 $\overline{MM'} \parallel \overline{BO}$, 所以

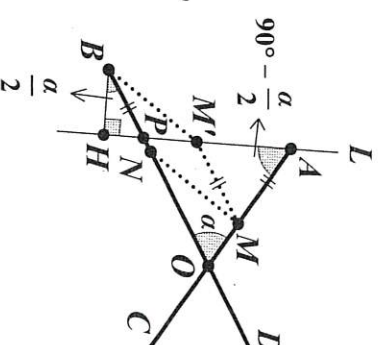
$\angle AMM' = \angle AOB = \alpha$ ，得 $\angle MAM' = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ ，故 M' 會在過 A 且與射線

AC 夾角為 $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ 的定直線 L 上。令直線 L 與 $\overline{OB}$ 交於 P ，則 $\overline{OP} = \overline{OA} = x$ ，

且 $\angle BPH = \angle OPA = \angle MAM' = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle PBH = \frac{\alpha}{2}$, 故所求 $\overline{MN} = \overline{MB}$

的最小值為 $d(B, L) = \overline{BH} = \overline{BP} \cos \angle PBH = (y-x) \cos \frac{\alpha}{2}$ 。

F.



國立臺灣師大附中 110 學年度 第一學期 期末考 高二科學班數學 參考答案

題型	題號	畫卡	題型	題號	畫卡
單選 每題 4 分 不倒扣 共 16 分	1	5	H. $\frac{28}{9}$	29	2
	2	2		30	8
	3	3		31	9
	4	1	I. $\frac{17}{6}$	32	1
多選 8-5-2-0-0 共 24 分	5	2345		33	7
	6	234		34	6
	7	1235	J. (14, -6)	35	1
A. $(-2, 10)$	8	-		36	4
	9	2		37	-
	10	1		38	6
	11	0	K. $\frac{-5}{13}$	39	-
B. $\frac{90}{41}$	12	9		40	5
	13	0		41	1
	14	4		42	3
	15	1	L. $\frac{64-16\sqrt{3}}{3}$	43	6
C. $\frac{5}{8}$	16	5		44	4
	17	8		45	-
D. $\frac{21}{5}$	18	2		46	1
	19	1		47	6
	20	5	單選：每題 4 分，共 16 分 多選：每題 8 分，共 24 分 8-5-2-0 選填：每題 5 分，共 60 分 合計 100 分		
E. $50\sqrt{5}$	21	5			
	22	0			
	23	5			
F. (5, -3)	24	5			
	25	-			
	26	3			
G. $3\sqrt{5}$	27	3			
	28	5			